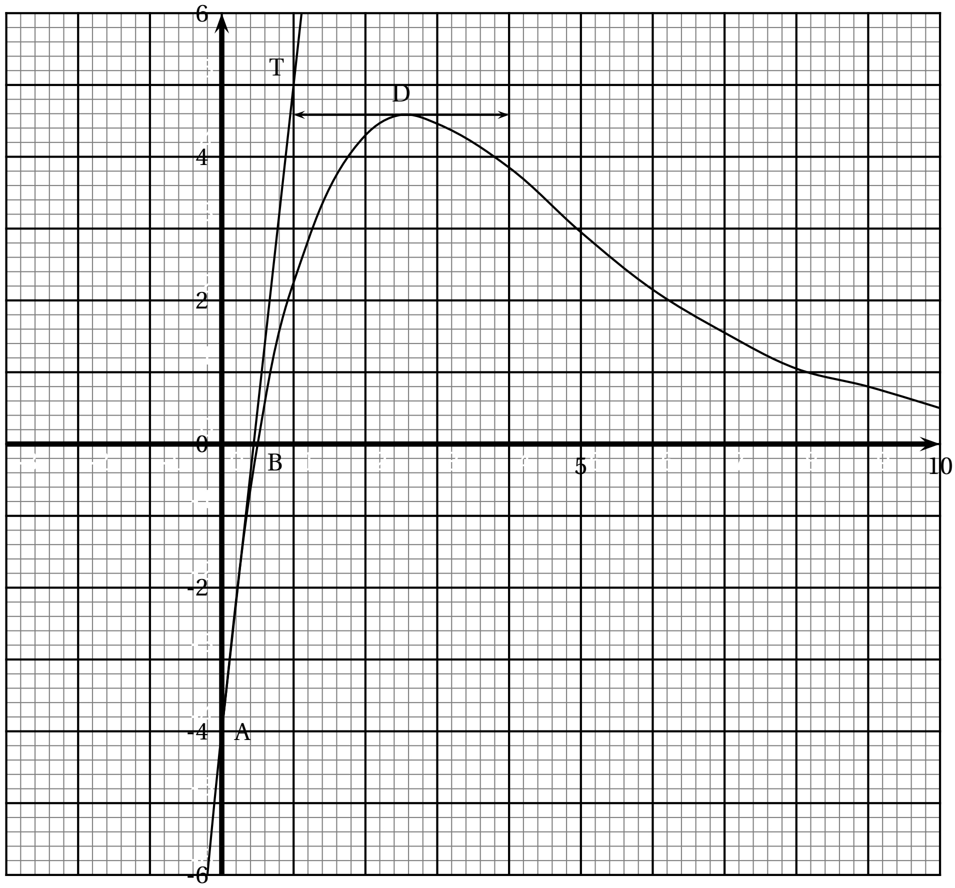
Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2004

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $(\mathcal{C})$ donnée ci-dessous est la représentation graphique dans un repère orthonormal d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



Les points A, B et D appartiennent à $(\mathcal{C})$: A$(0\ ;\ -4)$; B$(0,5\ ;\ 0)$; D$\left(2,5\ ;\ 16\mathrm{e}^{-\frac{5}{4}}\right)$.

La courbe $(\mathcal{C})$ admet en D une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

On donne le point T de coordonnées$(1\ ;\ 5)$; la droite (AT) est tangente à $(\mathcal{C})$ en A.

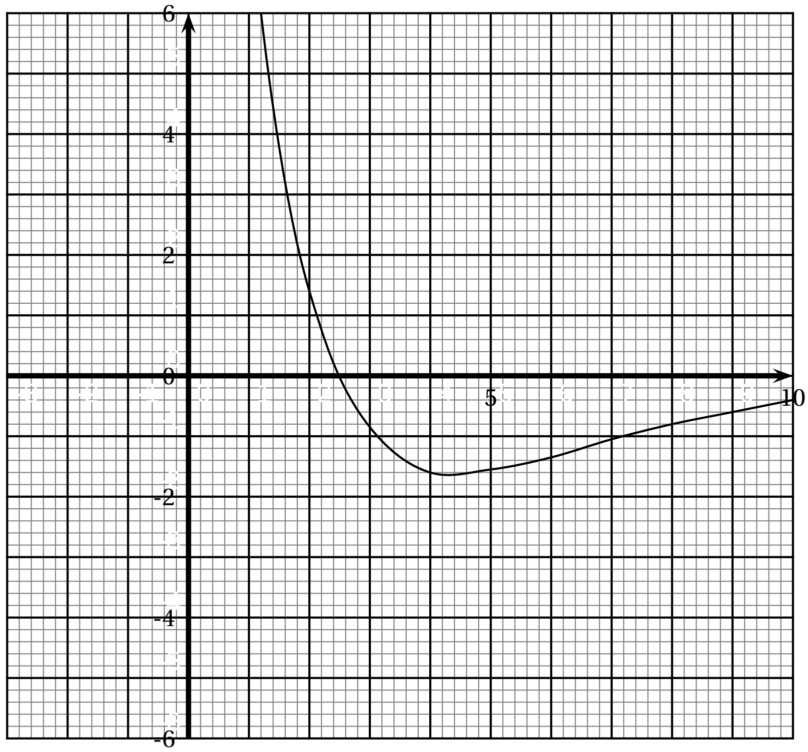
1. Par lecture graphique et sans justifier :
   - **a.** Donner les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(2,5)$.
   - **b.** Donner les solutions dans $[0\ ;\ 10]$ de l'inéquation $f(x) < 0$.
   - **c.** Donner les solutions dans $[0\ ;\ 10]$ de l'inéquation $f'(x) < 0$.
2. Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier votre réponse :
   - **a.** $f'(5) > 0$.
   - **b.** L'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique dans l'intervalle $[5\ ;\ 7]$.

c. $1 < \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x < 2.$

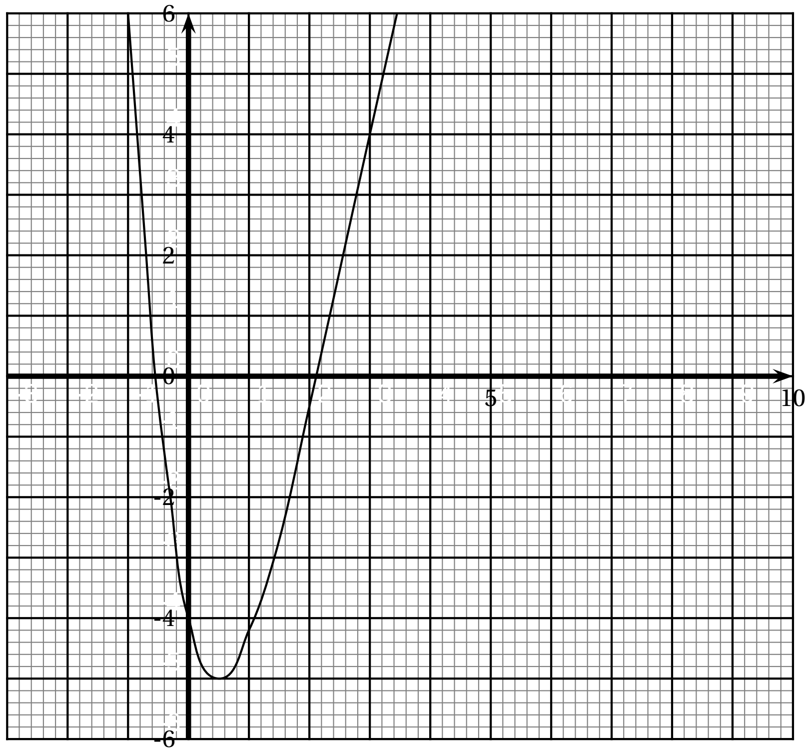
d. Toute primitive de f s'annule pour 0,5.

e. Toute primitive de f est décroissante sur [0 ; 2,5].

3. Parmi les courbes ($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) données ci-dessous, l'une est la représentation graphique d'une primitive de f sur $\mathbb{R}$. Indiquer laquelle en précisant les raisons de votre choix.



Courbe ($\mathscr{C}_1$)



Courbe ($\mathscr{C}_2$)

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice on pourra s'aider d'un arbre pondéré.

Une agence de voyage propose deux durées de séjours – le week-end ou la semaine – et deux types de destinations – France ou Etranger–.

Parmi les dossiers de l'agence ou constate que :

- 60 % des séjours ont lieu en France ;
- 45 % des séjours eu France durent une semaine ;
- 75 % des séjours à l'étranger durent une semaine.

On choisit un dossier an hasard et on note :

- F l'évènement : « Le séjour a lieu en France » ;
- S l'évènement : « Le séjour dure une semaine » ;
- E l'èvènement contraire de F

1. En utilisant les données de l'énoncé, trouver les probabilités des trois évènements P, S sachant F et S sachant E.
2. Quelle est la probabilité qu'un séjour dure une semaine et ait lieu en France ?
3. Montrer que la probabilité qu'un séjour dure une semaine est de 0,57.
4. En déduire la probabilité qu'un séjour d'une semaine ait lieu en France.

   On donnera le résultat exact sous la forme d'une fraction irréductible.
5. On choisit quatre dossiers au hasard et indépendamment les uns des autres et on s'intéresse au séjour choisi On admettra que le nombre de dossiers est suffisamment grand pour que le choix d'un dossier soit assimilé à un tirage avec remise.

   Quelle est la probabilité qu'aucun des séjours ne dure une semaine ?

   On donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-3}.

EXERCICE 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Toutes les réponses à cet exercice seront données sur la feuille annexe ; aucune justification n'est nécessaire. La feuille annexe sera rendue avec la copie.

De 1994 à 2001, une entreprise a établi la statistique de sa production annuelle.

Les années sont numérotées de 0 à 7.

On choisit la base 100 en 1994 pour établir les indices de production.

Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x	1		2	3	4	5	6	7
Production P (à l'unité près)	17 525	18 927	21 731	...	28 741	32 947	...	45565
Indice y (à l'unité près)	100	108	124	140	164	188	224	260
$Y = 0,5 \times \ln y$	...	...	...	...	...	...	...	...

1. Déterminer les valeurs manquantes. **On les recopiera sur le tableau donné sur la feuille annexe.**

   On appelle Δ la droite d'ajustement affine de Y en x par la méthode des moindres carrés et on note $Y = ax + b$ son équation.
2. Pour chacune des huit affirmations suivantes une seule des trois réponses A, B ou C est exacte ; les résultats respectent les règles d'arrondis du tableau cidessus. **On reportera les réponses A, B ou C sur la feuille annexe.**

N°	Affirmation	A	B	C
1	La médiane de la série des indices est	152	140	163
2	Le pourcentage d'augmentation de la production entre 1994 et 200 est	24 %	76 %	124 %
3	Le pourcentage d'augmentation des indices entre 1998 et 2000 est	60 %	36,59 %	48 %
4	L'écart type de la série des indices arrondie au dixième près est	57,1	120,4	53,4
5	La longueur de l'intervalle interquartile de la série des indices est	90	64	116
6	L'équation de la droite Δ est	$Y = 0,07x + 2,28$	$Y = 0,7x + 2,28$	$Y = 0,07x + 0,3$
7	L'expression de y en fonction de x, a et b est	$y = 2\mathrm{e}^{ax+b}$	$y = 0,5\ln(ax+b)$	$y = \left(\mathrm{e}^{ax+b}\right)^2$
8	Si la tendance se poursuivait l'indice de production en 2004 serait égal à	388	403	383

EXERCICE 3 — 5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un jardinier possède un terrain bien ensoleillé avec une partie plus ombragée. Il décide d'y organiser des parcelles où il plantera 8 variétés de légumes :

de l'ail (A), des courges (Co) des choux (Ch), des poireaux (Px), des pois (Po), des pommes de terre (Pt), des radis (R) et des tomates (T).

Il consulte un almanach où figurent des incompatibilités de plantes, données par les deux tableaux :

Expositions incompatibles de plantes	
Plantes d'ombre partielle	Plantes de plein soleil
pois radis	choux tomates courges
Par exemple : les pois sont incompatibles avec les choux, les tomates et les courges	

Associations incompatibles de plantes dans une même parcelle	
pois	ail, poireaux
pommes de terre	courges, radis et tomates
choux	tomates, ail poireaux et courges
courges	tomates
Par exemple : les pois sont incompatibles avec l'ail et les poireaux	

Pour tenir compte de ces incompatibilités le jardinier décide de modéliser la situation sous la forme d'un graphe de huit sommets, chaque sommet représentant un légume.

1. Sur la feuille annexe : compléter le graphe mettant en évidence les incompatibilités d'exposition ou les associations incompatibles indiquées dans les deux tableaux ci-dessus.

2. Calculer la somme des degrés des sommets du graphe, en déduire le nombre de ses arêtes.

3. Rechercher un sous-graphe complet d'ordre 4, qu'en déduit-on pour le nombre chromatique du graphe ?

4. Donner le nombre chromatique du graphe et l'interpréter en nombre minimum de parcelles que le jardinier devra créer.

5. Donner une répartition des plantes par parcelle de façon à ce que chaque parcelle contienne exactement deux types de plantes et que le nombre de parcelles soit minimum.

6. Donner une répartition des plantes de façon à ce qu'une parcelle contienne trois plantes et que le nombre de parcelles soit minimum.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

A : Préliminaires

Soient f et g deux fonctions définies sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = 5(x+2)\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x+2}{5}\mathrm{e}^{x}.$$

1. Résoudre sur $[0\ ;\ +\infty[$ l'équation $f(x) = g(x)$.
2. Quelle est la dérivée de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x+3)\mathrm{e}^{-x}$?
3. En déduire une primitive F de f.

B : Application économique

On suppose que les fonctions f et g précédemment définies dans la partie A sont les fonctions demande et offre d'une entreprise de transport de marchandises. Plus précisément, pour une tonne de marchandises à transporter :

• $f(x)$ est le prix en euros aux 100 km accepté par les clients en fonction de la distance x parcourue en centaines de kilomètres.

• $g(x)$ est le prix en euros aux 100 km du service proposé par l'entreprise en fonction de la distsnce x parcourue en centaines de kilomètres.

Dans les questions suivantes les prix demandés seront arrondis au centime d'euro et les distances arrondies au kilomètre.

1. Quel prix p_1 en euros aux 100 km, est prêt à payer un client (se conformant à la fonction de demande f) et quel prix p_2, en euros aux 100 km, est prête à lui offrir l'entreprise (se conformant à la fonction d'offre g) pour un parcoure de 120 km ?
2. Prix d'équilibre

   Sur un marché en concurrence pure et parfaite le prix p_0 qui se forme sur le marché correspond à l'égalité entre la demande et l'offre : p_0 est le prix d'équilibre.

   À quelle distance d_0, correspond-il ? En déduire la valeur p_0.

   On donnera les valeurs exactes puis arrondies.
3. Surplus des consommateurs

   Tous les consommateurs prêts à acheter le service à un prix supérieur au prix d'équilibre réalisent un gain fictif appelé surplus des consommateurs. On admet que ce gain, exprimé en euro aux 100 km est mesuré par

   $$\mathrm{S} = \int_0^{d_0} f(x)\,\mathrm{d}x - p_0 \times d_0.$$

   Calculer la valeur exacte de S puis en donner une valeur approchée.

C : Interprétation graphique

Sur la feuille annexe figurent les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentatives des fonctions f et g.

Elles sont tracées dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ avec pour unités graphiques : en abscisse une unité représente une distance parcourue égale à 100 km et en ordonnée une unité représente 1 euro.

1. Placer les noms des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
2. Placer le point I et ses coodonnées, où I est le point d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
3. Placer $p_0,\ p_1,\ p_2$ et d_0.
4. Hachurer le domaine du plan d'aire S.

Feuille annexe à rendre avec la copie

Exercice 3

Question 1

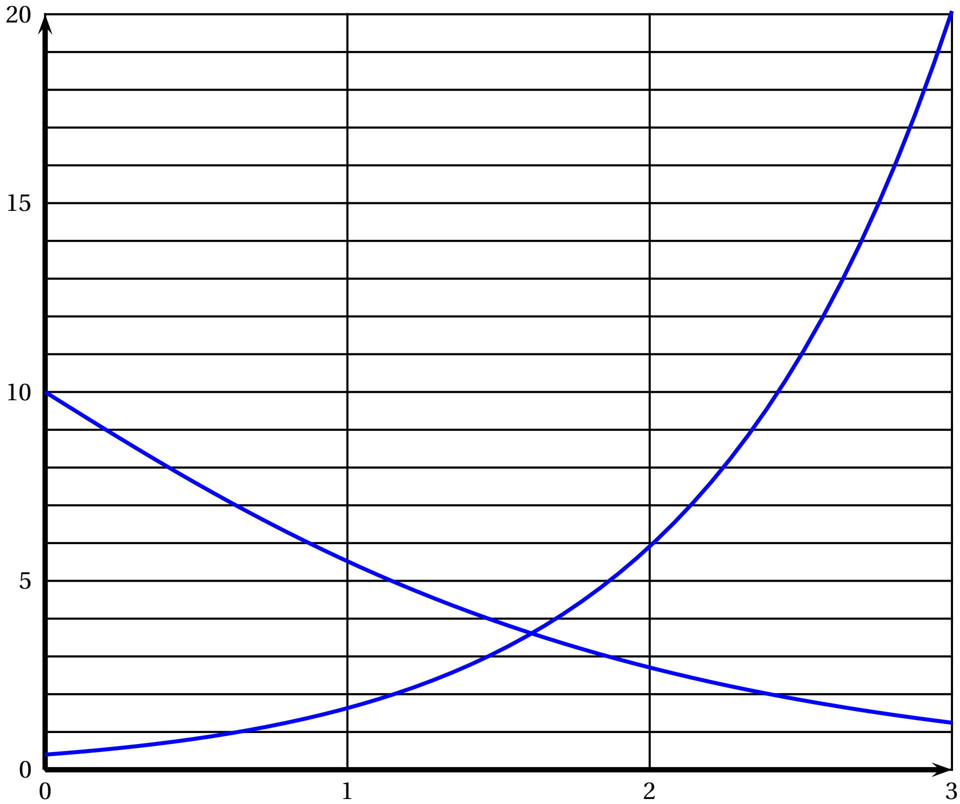
Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x	1		2	3	4	5	6	7
Production P (à l'unité près)	17 525	18 927	21 731	...	28 741	32 947	...	45565
Idice y (à l'unité près)	100	108	124	140	164	188	224	260
$Y = 0,5 \times \ln y$	...	...	...	...	...	...	...	...

Question 2 : répondre par A, B ou C

Barème : 0,5 point pour une bonne réponse, $-0,25$ pour une mauvaise réponse ; la note finale à cette question ne peut être inférieure à 0.

N° 1	2	3	4	5	6	7	8
Réponse							

Exercice 4



Feuille annexe à rendre avec la copie
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité
Exercice 3