

CORRECTION Baccalauréat ES France juin 2004

EXERCICE n°1 : Commun à tous les candidats (5 pts)

QUESTIONS	REponses
1. Si B est l'événement contraire de A , alors	$P(A) = 1 - P(B)$
2. Si A et B sont deux événements indépendants et $P(A) \neq 0$ alors	$P_A(B) = P(B)$
3. Si A et B sont deux événements incompatibles	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
4. Soit a un nombre réel strictement positif $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(-ax + 5) =$	$+\infty$
5. La représentation graphique de la fonction logarithme népérien admet	Une asymptote verticale
6. $e^{\ln x} = x$ pour x appartenant à	$]0; +\infty[$
7. Soit un réel a . $\ln(e^a) - 2e + \ln 1 =$	$a - 2e$
8. Soient a et b des réels strictement positifs, $e^{\ln a} + e^{-\ln b} =$	$\frac{ab+1}{b}$
9. Une primitive de la fonction logarithme népérien sur $]0; +\infty[$	$x \mapsto x \ln x - x + 3$
10. Pour tout réel x strictement inférieur à 1, $\ln(1-x) > 1$ est équivalent à	$x < 1 - e$

EXERCICE n°2 : Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité (5 pts)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x+2}$.

1. Détermination d'un encadrement de l'aire :

a. Les coordonnées du point Q vérifient l'équation de la droite (D) donc $Q \in (D)$.

De plus $f(2) = 5$ donc $Q \in (\Gamma)$.

$f(0) = e^2$ donc $R \in (\Gamma)$.

b. Aire du triangle OPQ :

$$\frac{OP \times OQ}{2} = \frac{5 \times 2}{2} = 5 \text{ u.a.}$$

Aire du triangle OQR :

$$\frac{PQ \times OR}{2} = \frac{2 \times e^2}{2} = e^2 \text{ u.a.}$$

On en déduit que : $5 \leq \text{Aire}(A) \leq e^2$.

2. Calcul de la valeur exacte de l'aire :

a. Sur $[0; 2]$, la courbe (Γ) est au-dessus de la droite (D) donc $f(x) - \frac{5}{2}x \geq 0$ et alors :

$$\text{Aire}(A) = \int_0^2 \left[f(x) - \frac{5}{2}x \right] dx \text{ u.a.}$$

b. On pose : $G(x) = (-x^2 - 2x - 3)e^{-x+2}$.

$$G'(x) = (-2x-2)e^{-x+2} + (-x^2 - 2x - 3) \times (-1) \times e^{-x+2} = (x^2 + 1)e^{-x+2}$$

D'où : $F(x) = G(x)$.

c. On a :

$$\int_0^2 \left[f(x) - \frac{5}{2}x \right] dx = \left[G(x) - \frac{5}{4}x^2 \right]_0^2 = G(2) - 5 - G(0) = -11 - 5 + 3e^2 = -16 + 3e^2.$$

D'où : Aire(A) = $-16 + 3e^2$ u.a = 6,17 u.a.

EXERCICE n°3 : Commun à tous les candidats (5 pts)

1. On a $g(1) = 8$ et $g'(1) = 8$.

2. $g(x) \geq 0$ si $x \in [0, 2; 19]$.

$g'(x) \geq 0$ si $x \in]0; 7, 4]$.

$g(x) < x$ si $x \in]0; 0, 2[\cup]14, 6; 21]$.

3. On admet que $g(x) = -4 + ax(3 - b \ln x)$.

a. On a :

$$g'(x) = a(3 - b \ln x) + ax \left(-b \times \frac{1}{x} \right) = 3a - ab \ln x - ab = a(3 - b \ln x - b) = a[3 - b(1 + \ln x)].$$

b. On a :

$$\begin{cases} g(1) = 8 \\ g'(1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + 3a = 8 \\ a(3 - b) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \text{ soit } g(x) = -4 + 4x(3 - \ln x)$$

EXERCICE n°4 : Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité (5 pts)

1. Tableau des degrés :

Sommets	A	B	C	D	E	F	G
Degrés	2	4	4	2	5	2	5

Le graphe est connexe et il existe uniquement deux sommets de degrés impairs alors il existe une chaîne eulérienne c'est à dire que l'agent de sécurité peut passer une fois et une seule par tous les chemins de l'usine.

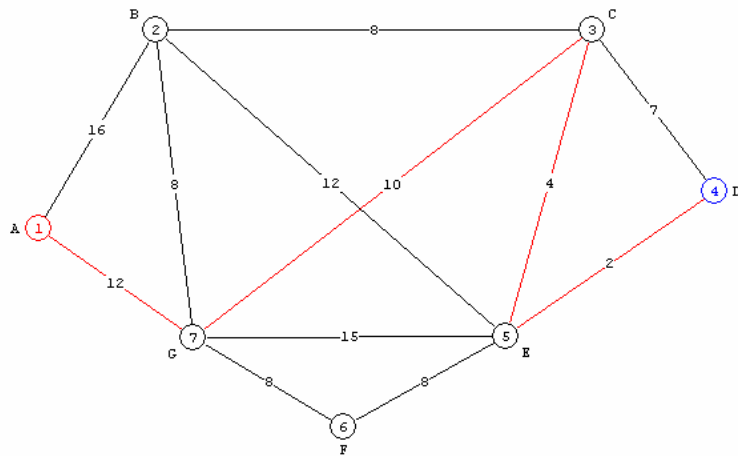
Exemple de chemin : G - C - B - G - A - B - E - C - D - E - G - F - E.

2. Non car tous les sommets ne sont pas de degré pair donc pas de cycle eulérien.

3. On utilise l'algorithme de DIJKSTRA :

A	B	C	D	E	F	G	Fixes
0 (A)	16 (A)	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	12 (A)	A
	16 (A)	22 (G)	$+\infty$	27 (G)	20 (G)	12 (A)	G
	16 (A)	22 (G)	$+\infty$	27 (G)	20 (G)		B
		22 (G)	$+\infty$	27 (G)	20 (G)		F
		22 (G)	29 (C)	26 (C)			C
			28 (E)	26 (C)			E
			28 (E)				D

A - G - C - E - D en 28 minutes.



EXERCICE n°4 : Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité (5 pts)

1. Tableau des subventions :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Evolution en %	+17 %	+15 %	+10 %	+9 %	+6 %
Montant de la subvention en €	3510	4037	4441	4841	5131

Le responsable confond la baisse du taux de la subvention avec la baisse du montant de la subvention.

2. On admet que le montant de la subvention en 2003 est de 5130 €.

a. De 1998 à 2003 :

$$\frac{5130}{3000} = 1,71 \text{ soit une augmentation de } 71 \text{ \%}.$$

b. On résout l'équation :

$$3000 \left(1 + \frac{t}{100}\right)^5 = 5130 \Leftrightarrow \left(1 + \frac{t}{100}\right)^5 = 1,71 \Leftrightarrow 5 \ln \left(1 + \frac{t}{100}\right) = \ln 1,71 \Leftrightarrow \ln \left(1 + \frac{t}{100}\right) = \frac{\ln 1,71}{5}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{t}{100} = e^{\frac{\ln 1,71}{5}} \Leftrightarrow t = 100 \left(e^{\frac{\ln 1,71}{5}} - 1\right) = 11,327 \text{ \%}.$$

c. En 2004 le montant serait de : $5130 \times 1,11327 = 5711 \text{ €}$.