CORRECTION Baccalauréat ES Centres étrangers juin 2004

<u>EXERCICE n°1</u> : Commun à tous les candidats (*5 pts*)

1. Par lecture graphique :
   a. Donnons les valeurs de $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(2,5)$:

      $f(0)=-4$; $f'(0)=9$ et $f'(2,5)=0$.

   b. Donnons les solutions dans $[0;10]$ de l'inéquation $f(x)<0$: $S=[0;0,5[$.

   c. Donnons les solutions dans $[0;10]$ de l'inéquation $f'(x)<0$: $S=]2,5;10]$.
2. Pour chacune des affirmations ci-dessous indiquons si elle est vraie ou fausse et justifions notre réponse :
   a. $f'(5)<0$: Vrai d'après la question 1.c.

   b. Vrai :

      Sur l'intervalle $[5;7]$:
      - La fonction f est continue,
      - La fonction f est strictement décroissante,
      - $f(5)>2$ et $f(7)<2$,

      Donc l'équation $f(x)=2$ admet une solution unique sur l'intervalle $[5;7]$:

   c. Faux :

      Sur l'intervalle $[1;2]$, $f(x)>2$ donc $\int_1^2 f(x)dx>2$.

   d. Faux :

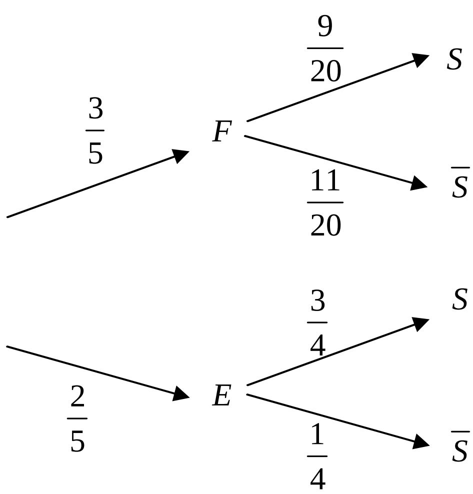
      $f(0,5)=0$ et non $F(0,5)=0$.

   e. Faux :

      $f(x)\leq 0$ sur $[0;0,5]$ donc toute primitive f est décroissante sur $[0;0,5]$.
3. Courbe (C_2) d'après la question 2.e.

<u>EXERCICE n°2</u> : Commun à tous les candidats (*4 pts*)

On peut traduire l'énoncé à l'aide de l'arbre suivant :



1. On a :

$$P(F)=\frac{3}{5}\ ;\ P_F(S)=\frac{9}{20}\ \text{ et }\ P_E(S)=\frac{3}{4}.$$

2. $P(F\cap S)=P(F)\times P_F(S)=\frac{3}{5}\times\frac{9}{20}=\frac{27}{100}$.

3. $P(S)=P(F\cap S)+P(E\cap S)=P(F\cap S)+P(E)\times P_E(S)=\frac{27}{100}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{57}{100}$.

4. $P_S(F)=\frac{P(S\cap F)}{P(S)}=\frac{\frac{27}{100}}{\frac{57}{100}}=\frac{9}{19}$.

5. La probabilité cherchée est :

$$p=P\left(\overline{S}\cap\overline{S}\cap\overline{S}\cap\overline{S}\right)\overset{\text{Par indépendance}}{=}P\left(\overline{S}\right)^4=\left[1-P(S)\right]^4=\left(1-\frac{57}{100}\right)^4=0,034.$$

<u>EXERCICE n°3</u> : Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité (*5 pts*)

1. Tableau :

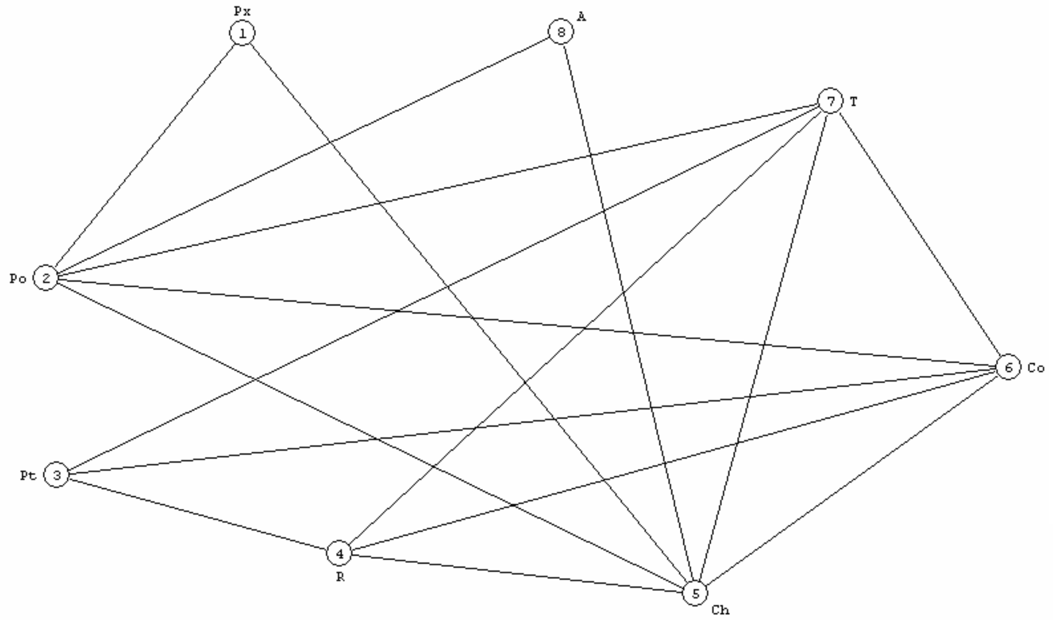
Année	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
x	0	1	2	3	4	5	6	7
Production P (à l'unité près)	17525	18927	21731	**24535**	28741	32947	**39256**	45565
Indice y (à l'unité près)	100	108	124	140	164	188	224	260
$Y=0,5\times\ln y$	**2,30**	**2,34**	**2,41**	**2,47**	**2,55**	**2,62**	**2,71**	**2,78**

2. Tableau réponses :

N°	Affirmation	A	B	C
1	La médiane de la série des indices est	**152**	140	163
2	Le pourcentage d'augmentation de la production entre 1994 et 2000 est	24 %	76 %	**124 %**
3	Le pourcentage d'augmentation des indices entre 1998 et 2000 est	60 %	**36,59 %**	48 %
4	L'écart type de la série des indices arrondie au dixième près est	57,1	120,4	**53,4**
5	La longueur de l'intervalle interquartile de la série des indices est	**90**	64	116
6	L'équation de la droite Δ est	$\underline{Y=0,07x+2,28}$	$Y=0,7x+2,28$	$Y=0,07x+0,3$
7	L'expression de y en fonction de x, a et b est	$y=2e^{ax+b}$	$y=0,5\ln(ax+b)$	$\underline{y=\left(e^{ax+b}\right)^2}$
8	Si la tendance se poursuivait l'indice de production en 2004 serait égal à	**388**	403	383

<u>EXERCICE n°3</u> : Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité (*5 pts*)

1. Graphe traduisant les incompatibilités :



2. Tableau des degrés :

Sommets	Px	Po	Pt	R	Ch	Co	T	A
degrés	2	5	3	4	6	5	5	2

   La somme des degrés est de 32 donc il y a 16 arêtes.
3. Sous-graphe complet d'ordre 4 : graphe composé des sommets Pt, R, Co et T .
   On en déduit que $4 \leq \gamma$.
4. Tableau :

Sommets	Ch	Po	Co	T	R	Pt	Px	A
degrés	6	5	5	5	4	3	2	2
Couleurs	Noir	Rouge	Vert	Bleu	Rouge	Noir	Vert	Vert

   On a 4 couleurs donc $\gamma = 4$ et il faudra alors créer 4 parcelles.

5. Répartition par parcelle :
   - 1$^{\text{ière}}$ parcelle : poireaux et courges.
   - 2$^{\text{ième}}$ parcelle : tomates et choux.
   - 3$^{\text{ième}}$ parcelle : pois et radis.
   - 4$^{\text{ième}}$ parcelle : pommes de terre et ail.

6. Répartition par parcelle :
   - 1$^{\text{ière}}$ parcelle : poireaux , ail et pommes de terre.
   - 2$^{\text{ième}}$ parcelle : tomates et choux.
   - 3$^{\text{ième}}$ parcelle : pois et radis.
   - 4$^{\text{ième}}$ parcelle : courges seules.

<u>EXERCICE n°4</u> : commun à tous les candidats (*6 pts*)

PARTIE A : préliminaires

Soient f et g deux fonctions définies sur $[0;+\infty[$ par :

$$f(x)=5(x+2)e^{-x} \quad \text{et} \quad g(x)=\frac{x+2}{5}e^{x}.$$

1. Résolution de l'équation $f(x)=g(x)$ sur $[0;+\infty[$:

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow 5(x+2)e^{-x}=\frac{x+2}{5}e^{x} \Leftrightarrow 25(x+2)e^{-x}=(x+2)e^{x} \Leftrightarrow 25e^{-x}=e^{x} \Leftrightarrow e^{x}-25e^{-x}=0$$

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow e^{2x}-25=0 \Leftrightarrow \left(e^{x}\right)^{2}-25=0 \Leftrightarrow \left(e^{x}+5\right)\left(e^{x}-5\right)=0 \Leftrightarrow e^{x}-5=0 \Leftrightarrow x=\ln 5.$$

2. On a : $h(x)=(x+3)e^{-x}$ alors $h'(x)=1\times e^{-x}+(x+3)\times(-1)\times e^{-x}=-(x+2)e^{-x}$.
3. $f(x)=-5h'(x)$ donc $F(x)=-5h(x)=-5(x+3)e^{-x}$.

PARTIE B : application économique

1. $p_1=f(1,2)=4,82$ € et $p_2=g(1,2)=2,12$ €.
2. De la question A.1., on a : $d_0=\ln 5=1,61$ soit 161 km et $p_0=f(d_0)=g(d_0)=2+\ln 5=3,61$€.
3. On a :

$$S=\int_0^{d_0} f(x)\,dx-p_0\times d_0=\left[-5h(x)\right]_0^{d_0}-p_0\times d_0=-5h(d_0)+5h(0)-p_0\times d_0$$

$$S=-5(\ln 5+3)e^{-\ln 5}+15-(2+\ln 5)\times\ln 5=-(\ln 5)^{2}-3\ln 5+12=4,58 \text{ €}.$$

PARTIE C : interprétation graphique