EXERCICE n°2 :

Lors de sa création au 1^{ier} janvier 2000, un club de sport a 300 adhérents. A la fin de la première année, trois quarts des adhérents se réinscrivent et 120 nouveaux membres adhèrent.
Pour tout entier naturel n, on appelle a_n le nombre d'adhérents du club, exprimé en centaines, n années après la création du club.
On a donc $a_0 = 3$. On suppose que le nombre d'adhérents au club évolue de la même façon les années suivantes. Ainsi, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,75a_n + 1,2$.

PARTIE A : étude graphique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Dans un repère orthonormé d'unité 2 cm :

1. Tracer les droites (D) et (Δ) d'équations respectives $y = 0,75x + 1,2$ et $y = x$.
2. Placer a_0 sur l'axe des abscisses et, en utilisant les droites (D) et (Δ), placer sur l'axe des abscisses les valeurs a_1, a_2, a_3 et a_4 (laisser apparents les traits de constructions).

PARTIE B : étude numérique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = a_n - 4,8$, pour tout entier naturel n.

1. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et son premier terme.
2. En déduire que, pour tout entier naturel n, $a_n = 4,8 - 1,8\times(0,75)^n$.
3. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_n)$.