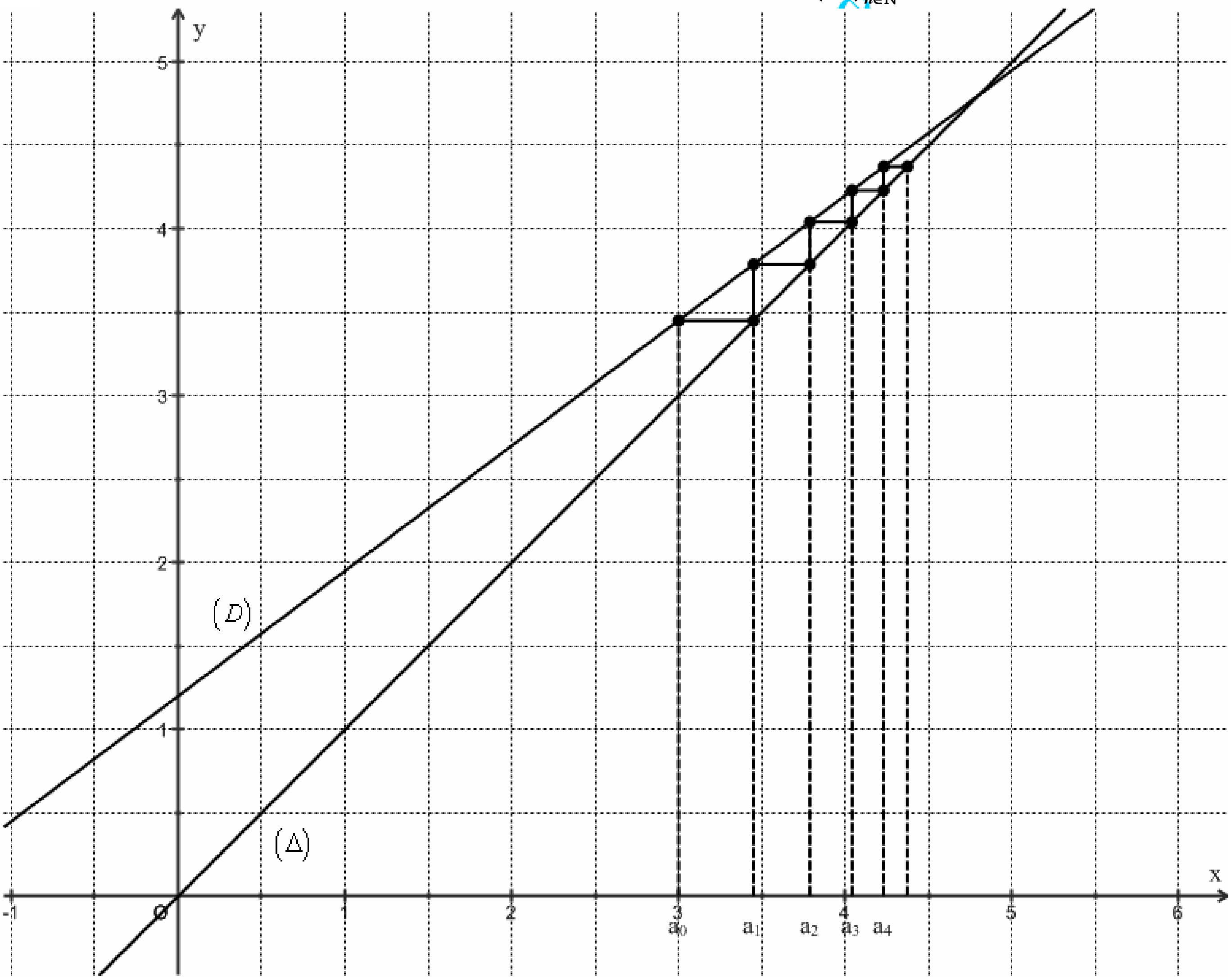
CORRECTION

EXERCICE n°2 :

Lors de sa création au 1ier janvier 2000, un club de sport a 300 adhérents. A la fin de la première année, trois quarts des adhérents se réinscrivent et 120 nouveaux membres adhèrent.
Pour tout entier naturel n, on appelle a_n le nombre d'adhérents du club, exprimé en centaines, n années après la création du club.
On a donc $a_0 = 3$. On suppose que le nombre d'adhérents au club évolue de la même façon les années suivantes. Ainsi, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,75a_n + 1,2$.

PARTIE A : étude graphique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$



PARTIE B : étude numérique de la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = a_n - 4,8$, pour tout entier naturel n.

1. Démontrons que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et son premier terme :

On a :

$$u_{n+1} = a_{n+1} - 4,8 = 0,75a_n + 1,2 - 4,8 = 0,75a_n - 3,6 = 0,75(u_n + 4,8) - 3,6 = 0,75u_n.$$

Donc $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme $u_0 = a_0 - 4,8 = -1,8$

2. Déduisons que, pour tout entier naturel n, $a_n = 4,8 - 1,8\times(0,75)^n$:

On a :

$u_n = u_0 \times q^n = -1,8\times(0,75)^n$ et $a_n = u_n + 4,8$ d'où le résultat cherché.

3. Déterminons $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_n)$:

On a : $-1 < 0,75 < 1$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty}(0,75)^n = 0$ soit $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_n) = 4,8$.