

# CORRECTION

## EXERCICE n°1 :

Au 1<sup>ier</sup> janvier 2005, une ville en pleine expansion avait une population de 100 000 habitants. Un bureau d'étude fait l'hypothèse qu'à partir du 1<sup>ier</sup> janvier 2005 :

- le nombre d'habitants de la ville augmente chaque année de 5 % du fait des naissances et des décès ;
- du fait des mouvements migratoires, 4 000 personnes supplémentaires viennent s'installer chaque année dans cette ville.

### **PARTIE A**

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le nombre d'habitants de cette ville au 1<sup>ier</sup> janvier de l'année 2005 +  $n$ . Ainsi  $u_0 = 100\ 000$ .

1. Calculons  $u_1$  et  $u_2$  puis justifions que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 1,05u_n + 4\ 000$

On a :

$$u_1 = \left(1 + \frac{5}{100}\right)u_0 + 4\ 000 = 109\ 000 \text{ et } u_2 = \left(1 + \frac{5}{100}\right)u_1 + 4\ 000 = 118\ 450.$$

Donc de proche en proche,  $u_{n+1} = \left(1 + \frac{5}{100}\right)u_n + 4\ 000 = 1,05u_n + 4\ 000$ .

2. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $v_n = u_n + 80\ 000$ .

- a. Montrons que  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison :

On a :

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 80\ 000 = 1,05u_n + 4\ 000 + 80\ 000 = 1,05u_n + 84\ 000$$

$$v_{n+1} = 1,05(v_n - 80\ 000) + 84\ 000 = 1,05v_n.$$

Donc  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de premier terme  $v_0 = u_0 + 80\ 000 = 180\ 000$  et de raison 1,05.

- b. Exprimons  $v_n$  en fonction de  $n$  et déduisons que :  $u_n = 180\ 000 \times (1,05)^n - 80\ 000$  :

On a :

$$v_n = v_0 \times q^n = 180\ 000 \times 1,05^n \text{ et } u_n = v_n - 80\ 000 = 180\ 000 \times 1,05^n - 80\ 000.$$

### **PARTIE B**

Le but de cette partie est de prévoir l'évolution de la population jusqu'en 2020 en utilisant le modèle théorique étudié à la partie A. A l'aide de la calculatrice, répondre aux questions suivantes :

1. Nombre d'habitants de la ville au 1<sup>ier</sup> janvier 2020 : **294 207**
2. Année à partir de laquelle la population de cette ville dépassera 200 000 habitants : **2015**