CORRECTION

EXERCICE n°4 :

Soit la fonction f définie sur $]-\infty;2[$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-3x-3}{x-2}$.

1. Déterminons les réels a, b et c tels que pour tout x de $]-\infty;2[$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$:

   On a :
$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}=\frac{(ax+b)(x-2)+c}{x-2}=\frac{ax^2+x(-2a+b)+(-2b+c)}{x-2}.$$
   Alors, par identification :
$$\begin{cases} a=1 \\ -2a+b=-3 \\ -2b+c=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-5 \end{cases}.$$

2. Etudions les variations de la fonction f sur $]-\infty;2[$:

   On pose : $f(x)=u(x)+v(x)$ avec : $u(x)=x-1$ et $v(x)=-\dfrac{5}{x-2}$.

   - La fonction u est une fonction affine croissante.
   - La fonction $x\mapsto x-2$ est une fonction affine croissante donc la fonction $x\mapsto\dfrac{1}{x-2}$ est décroissante d'où la fonction $x\mapsto-\dfrac{5}{x-2}$ est croissante.
   - Conclusion :
     La fonction v est la somme de deux fonctions croissantes donc elle est croissante.