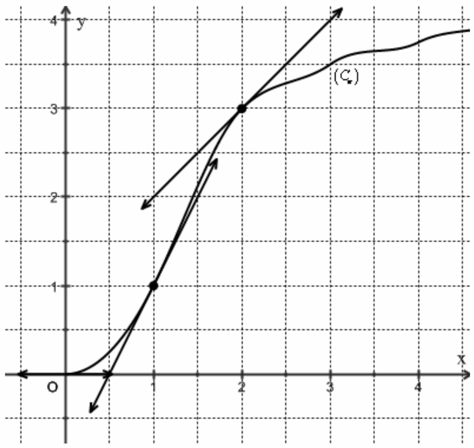
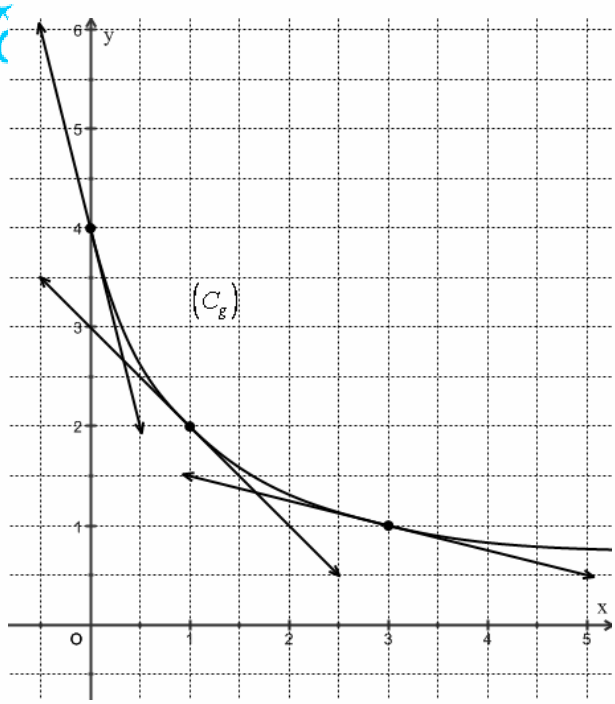
CORRECTION

EXERCICE n°3 :

(C_u) et (C_g) sont les représentations graphiques de deux fonctions u et g définies et dérivables sur $[0;+\infty[$. On admettra que $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\frac{1}{2}$.





On considère la fonction $f=g\circ u$ définie et dérivable sur $[0;+\infty[$.

1. Dressons le tableau de variations de chacune des fonctions u et g sur $[0;+\infty[$:

x	0	$+\infty$
$u(x)$	0	$\nearrow$ $+\infty$

x	0	$+\infty$
$g(x)$	4	$\searrow$ $\frac{1}{2}$

2. Déterminons le tableau de variations de la fonction f sur $[0;+\infty[$:

   On a :

   $[0;+\infty[\overset{u \text{ est croissante}}{\longmapsto} [0;+\infty[\overset{g \text{ est décroissante}}{\longmapsto} \left[\frac{1}{2};4\right]$ donc, par composée, $f=g\circ u$ est décroissante sur $[0;+\infty[$.

D’où le tableau suivant :

x	0		$+\infty$
$f(x)$	4	$\searrow$	$\frac{1}{2}$

3. Lisons $u(0)$ et $u'(0)$ puis $g(0)$ et $g'(0)$:

   On a :

   $u(0)=0$; $u'(0)=0$; $g(0)=4$ et $g'(0)=-4$.

   Alors :

   $f'(0)=u'(0)\times g'(u(0))=0\times g'(0)=0\times(-4)=0$.

   De même : ***(1 pt)***

   On a :

   $u(1)=1$; $u'(1)=2$ et $g'(1)=-1$.

   Alors :

   $f'(1)=u'(1)\times g'(u(1))=2\times g'(1)=2\times(-1)=-2$.

   On a :

   $u(2)=3$; $u'(2)=1$ et $g'(3)=-\frac{1}{4}$.

   Alors :

   $f'(2)=u'(2)\times g'(u(2))=1\times g'(3)=1\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}$.