

EXERCICE n°3 :

Monsieur Dupré, PDG d'une société fabriquant du mobilier urbain, s'intéresse au coût unitaire de production, en euros, ainsi qu'au bénéfice réalisé pendant une semaine. On considère qu'il fabrique par semaines x lots de mobilier urbain, où x est un entier compris entre 0 et 100.

Partie A :

La courbe donnée *en annexe* représente le coût unitaire de production $f(x)$, en fonction du nombre x de lots fabriqués.

1. Déterminer le coût unitaire de production lorsque Monsieur Dupré fabrique 70 lots.
Pour quelle autre production le même coût unitaire est-il atteint ?
2. Déterminer la quantité de lots que l'entreprise doit produire pour que le coût unitaire soit minimal et quelle la valeur de ce coût.
3. On admet que $f(x)$ a pour expression :

$$f(x) = x^2 + bx + 5000.$$

Déterminer le réel b sachant que le coût unitaire pour 100 lots est de 6 600 euros.

Partie B :

1. Montrer que le coût de production $C(x)$ pour x lots produits est : $C(x) = x^3 - 84x^2 + 5000x$.
2. Chaque lot étant vendu 5 000 euros, justifier que le bénéfice, exprimé en euros, pour la production et la vente de x lots est donné par la fonction B définie par : $B(x) = -x^3 + 84x^2$.
3. Factoriser $B(x) = -x^3 + 84x^2$ et dresser son tableau de signes.
Que peut-on alors conclure sur la production de Monsieur Dupré.
4. Déterminer $B'(x)$.

Dresser le tableau de variation de la fonction B sur $[0;100]$.

Déterminer le nombre x_M de lots que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser un bénéfice maximal. Donner la valeur de ce bénéfice maximal B_M .

ANNEXE :

