CORRECTION

EXERCICE n°4 :

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. L'exercice consiste à cocher cette réponse exacte sans explication.
Barème : *une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*
Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1. La fonction $x \mapsto ex + \ln 2$ a pour dérivée :

   ☐ $x \mapsto ex$ ☐ $x \mapsto ex + \frac{1}{2}$ ■ $x \mapsto e$.

2. Si B est l'événement contraire de A, alors :

   ☐ $P(A) = 1 + P(B)$ ■ $P(A) = 1 - P(B)$ ☐ $P(A) = P(B)$.

3. Si A et B sont deux événements indépendants et $P(A) \neq 0$ alors :

   ☐ $A \cap B = \Phi$ ☐ $P(A \cup B) = P(A)P(B)$ ■ $P_A(B) = P(B)$.

4. Dans $]0;+\infty[$, l'équation $(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0$ possède :

   ■ 2 solutions ☐ 1 solution ☐ 0 solution.

   On pose $X = \ln x$, l'équation devient : $X^2 + X - 6 = 0$. Il existe alors deux solutions $X_1 = -3$ et $X_2 = 2$. On a alors :

   $$\ln x = -3 \Leftrightarrow \ln x = -3\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(e^{-3}\right) \Leftrightarrow x = e^{-3} \ ;$$

   $$\ln x = 2 \Leftrightarrow \ln x = 2\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(e^{2}\right) \Leftrightarrow x = e^{2}.$$

   D'où : $S = \left\{e^{-3}; e^{2}\right\}$

5. On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ où α est le nombre strictement supérieur à 1 tel que $f(\alpha) = 0$. On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$.

x	$-\infty$		-2		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0		$+$		
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	0	↗	$+\infty$

   a. La droite d'équation $y = -2$ est asymptote à la courbe (C) :

   ☐ Vrai ■ Faux ☐ On ne peut pas conclure.

   $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty$ donc la droite d'équation $x = -2$ est asymptote verticale à la courbe (C).

Même conclusion si on prend $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty$.

b. L'équation $f(x) = 1$ admet exactement trois solutions :

☐ Vrai ☐ Faux ■ On ne peut pas conclure.

Il faut préciser l'intervalle sur lequel on veut résoudre cette équation.

Sur l'intervalle $]-\infty;-2[$:

- La fonction f est continue ;
- La fonction f est décroissante ;
- $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty > 1$ et $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty < 1$

Alors l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $]-\infty;-2[$.

Sur l'intervalle $]-2;1[$:

- La fonction f est continue ;
- La fonction f est décroissante ;
- $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty > 1$ et $f(1) = -1 < 1$

Alors l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $]-2;1[$.

Sur l'intervalle $]1;+\infty[$:

- La fonction f est continue ;
- La fonction f est décroissante ;
- $f(1) = -1 < 1$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty > 1$

Alors l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $]1;+\infty[$.

c. $f(x) \leq 0$ pour $x \in]-5;-2[$:

☐ Vrai ☐ Faux ■ On ne peut pas conclure.

Il faudrait connaître la valeur de $f(-5)$.

d. Les primitives de la fonction f sont décroissantes sur l'intervalle $[1;\alpha]$:

■ Vrai ☐ Faux ☐ On ne peut pas conclure.

Soit F une primitive de la fonction f sur $[1;\alpha]$. Alors toutes les primitives de la fonction f sont les fonction G définies par $G(x) = F(x) + c$ avec $c \in \mathbb{R}$.

On a : $G'(x) = F'(x) = f(x) \leq 0$ sur $[1;\alpha]$.

6. Dans un lycée 45 % des élèves de terminale sont des garçons. Les élèves de ce lycée étudient l'anglais, l'allemand ou l'espagnol en première langue vivante.

- 70 % des élèves étudient l'anglais,
- 20 % des garçons étudient l'allemand,
- 40 % des élèves qui étudient l'anglais sont des garçons,
- il y a autant de garçons que de filles qui étudient l'espagnol.

(*On pourra s'aider d'un tableau pour répondre aux questions suivantes*)

a. Le pourcentage de garçons qui étudient l'anglais est :

☐ 42 % ■ 28 % ☐ 18 % ☐ 52 %.

b. On choisit au hasard la fiche d'un élèves parmi ceux qui ne pratiquent pas l'allemand.

La probabilité que ce soit une fille qui étudie l'espagnol est :

☐ $\frac{2}{7}$ ■ $\frac{4}{43} = \frac{8}{86}$ ☐ $\frac{8}{55}$ ☐ $\frac{5}{16}$.

	Anglais	Allemand	Espagnol	Total
Garçons	28	9	8	45
Filles	42	5	8	55
Total	70	14	16	100