CORRECTION

EXERCICE n°2 :

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte. L'exercice consiste à cocher cette réponse exacte sans explication.
Barème : *une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*
Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1. Soit la fonction f définie sur un intervalle I par : $f(x)=ax^2+bx+c+3\ln(3x+1)$ où a, b et c sont des nombres réels, et (C) sa courbe représentative.
   Sachant que :
   - la courbe (C) passe par le point $A(0;1)$;
   - la tangente (T) à la courbe (C) au point A est parallèle à la droite d'équation $y=7x-3$;
   - $f'\left(\frac{2}{3}\right)=5$;

   a. La fonction f est définie sur :
   La fonction f est définie si $3x+1>0$ donc sur :

   ☐ $I=[0;+\infty[$ ☐ $I=]0;+\infty[$ ■ $I=\left]-\frac{1}{3};+\infty\right[$.

   b. La dérivée de la fonction f sur l'intervalle I est :

   ■ $f'(x)=2ax+b+\frac{9}{3x+1}$ ☐ $f'(x)=2ax+b+\frac{3}{3x+1}$ ☐ $f'(x)=2a+b+\frac{1}{x+1}$.

   c. Les réels a, b et c sont :
   ■ $a=3$; $b=-2$; $c=1$ ☐ $a=-3$; $b=2$; $c=-1$ ☐ $a=3$; $b=-2$; $c=-1$.
   En effet :

$$\begin{cases} f(0)=1 \\ f'(0)=7 \\ f'\left(\frac{2}{3}\right)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ b+9=7 \\ \frac{4a}{3}+b+3=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \\ a=3 \end{cases}.$$

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{3x}{\left(x^2+3\right)^2}$. On appelle F la primitive de la fonction f qui vaut 2 en 1. Alors :

   ☐ $F(x)=-\frac{3}{2\left(x^2+3\right)}$ ■ $F(x)=-\frac{3}{2\left(x^2+3\right)}+\frac{19}{8}$ ☐ $F(x)=-\frac{3}{2\left(x^2+3\right)}+\frac{17}{14}$.

   En effet, si $F(x)=-\frac{3}{2\left(x^2+3\right)}+\frac{19}{8}$ alors $F'(x)=f(x)$ et $F(1)=2$.

3. Soit $I=\int_1^3 \frac{x^3+2x+1}{x}dx$. Alors :

   ☐ $I=-\ln 3+\frac{38}{3}$ ■ $I=\ln 3+\frac{38}{3}$ ☐ $I=-\ln 3-\frac{38}{3}$.

   En effet :

$$I=\int_1^3 \frac{x^3+2x+1}{x}dx=\int_1^3\left(x^2+2+\frac{1}{x}\right)dx=\left[\frac{x^3}{3}+2x+\ln x\right]_1^3=\left(9+6+\ln 3\right)-\left(\frac{1}{3}+2+\ln 1\right)=\frac{38}{3}+\ln 3$$