

EXERCICE n°6 :

Un jeu consiste à lancer une première fois un dé à six faces :

- si le joueur obtient un « six », il gagne 10 euros ;
- s'il obtient un « un », un « deux » ou un « trois », il ne gagne rien et le jeu s'arrête ;
- s'il obtient un « quatre » ou un « cinq », le joueur lance le dé une deuxième fois ;
- s'il obtient un « six », il gagne alors 5 euros sinon il ne gagne rien et le jeu s'arrête.

Pour participer à ce jeu, chaque joueur mise 2 euros.

Le « gain » d'un joueur est la différence entre ce qu'il reçoit à l'issue de la partie et sa mise ; un « gain » peut donc être négatif. Soit G la variable aléatoire qui, à chaque partie effectuée par un joueur donné, associe son gain.

1. Quelles sont les valeurs prises par G ?
2. *Premier cas* : le joueur joue avec un dé bien équilibré.

a. Montrer que $P(G = 3) = \frac{1}{18}$. On pourra s'aider d'un arbre pondéré. Déterminer la loi de probabilité de G , puis l'espérance mathématique de G . Ce jeu est-il à l'avantage du joueur ?

3. *Deuxième cas* : le joueur joue avec un dé pipé.

On note p_i la probabilité d'obtenir la face marquée « i » pour $1 \leq i \leq 6$.

On sait que p_6 est le double de p_1 et que $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5$.

a. Déterminer les valeurs p_i pour $1 \leq i \leq 6$.

b. Montrer alors que $P(G = 3) = \frac{4}{49}$.

Déterminer la loi de probabilité de G , puis l'espérance mathématique de G .