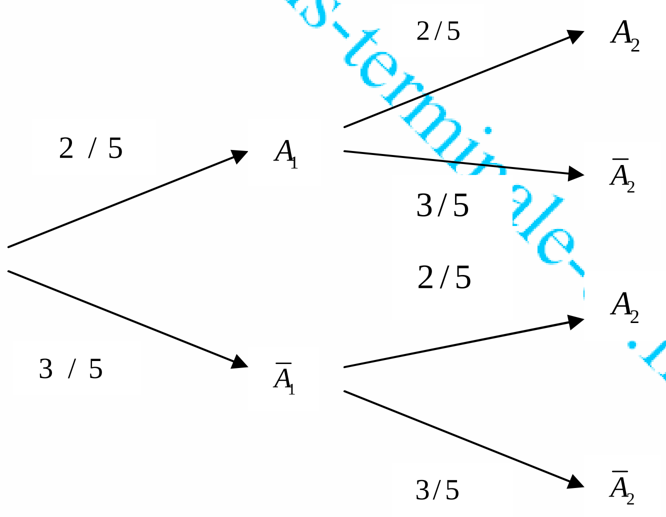
CORRECTION

EXERCICE n°7 :

Dans une station-service, la probabilité que n clients se présentent pendant une période de 10 minutes est donnée par le tableau suivant :

n	0	1	2
Probabilités	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$

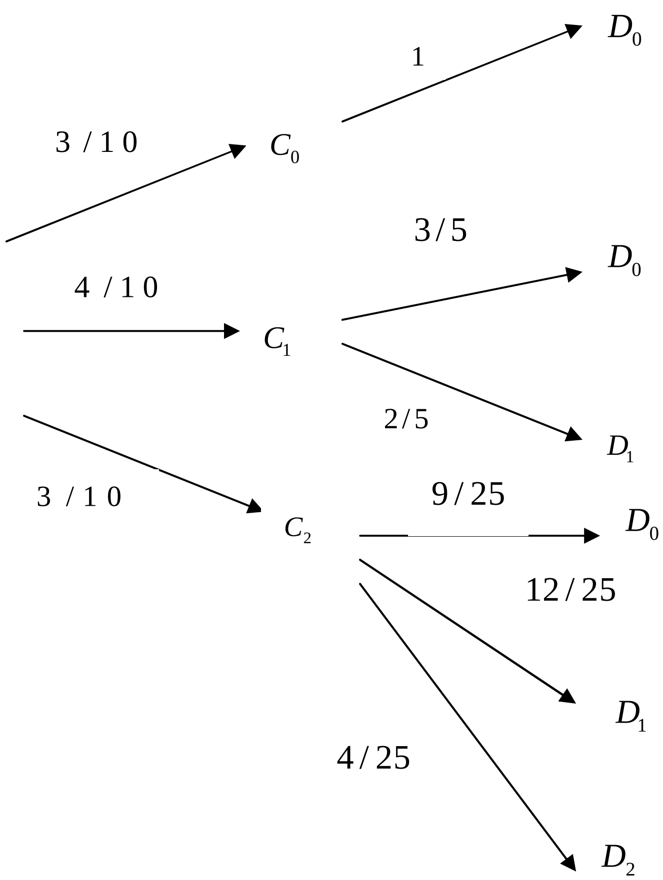
1. Ce tableau définit une loi de probabilité car la somme des probabilités est égale à 1.
   Calcul de l'espérance mathématique de cette loi :
   $$E = 0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{4}{10}+2\times\frac{3}{10}=1.$$
   Cela signifie qu'en moyenne une personne se présente pendant une période de 10 minutes.
2. On sait que deux clients se présentent pendant une période de 10 minutes.
   On note A_p l'événement « le $p^{ième}$ client a pris du gazole pendant une période de 10 minutes » et les événements A_p sont indépendants.
   On peut représenter la situation par un arbre pondéré :



   a. Calcul de la probabilité que ces deux clients prennent du gazole :
   $$P_{C_2}(D_2)=P(A_1\cap A_2)=P(A_1)\times P(A_2)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}.$$
   b. Montrons que la probabilité $P_{C_2}(D_1)$ qu'un seul de ces deux clients prennent du gazole est égale à $\frac{12}{25}$:
   $$P_{C_2}(D_1)=P(A_1\cap\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1\cap A_2)=P(A_1)\times P(\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1)\times P(A_2)$$
   $$P_{C_2}(D_1)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{25}$$
3. Les probabilités de l'événement D_p sachant que C_n est réalisé pour toutes les valeurs possibles de p et n, seront présentées dans le tableau suivant :

	C_0	C_1	C_2
D_0	1	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{25}$
D_1	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{12}{25}$
D_2	0	0	$\frac{4}{25}$

a. Pour compléter le tableau, on peut faire un arbre pondéré représentant la situation :



b. Calcul de la probabilité de l'événement D_1 :

$$P(D_1)=P(C_1\cap D_1)+P(C_2\cap D_1)=P(C_1)\times P_{C_1}(D_1)+P(C_2)\times P_{C_2}(D_1)$$

$$P(D_1)=\frac{4}{10}\times\frac{2}{5}+\frac{3}{10}\times\frac{12}{25}=\frac{38}{125}$$