CORRECTION

EXERCICE n°6 :

1. Les valeurs prises par G sont : $\{-2;3;8\}$.
2. *Premier cas* : le joueur joue avec un dé bien équilibré.
   a. Montrons que $P(G=3)=\dfrac{1}{18}$:

   Soit A_n^p l'événement : « Obtenir la face n au $p^{ième}$ tirage ».

   $$P(G=3)=P(A_4^1\cap A_6^2)+P(A_5^1\cap A_6^2)=P(A_4^1)\times P(A_6^2)+P(A_5^1)\times P(A_6^2)$$

   $$P(G=3)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$$

   b. Loi de probabilité de G :

   $$P(G=8)=P(A_6^1)=\frac{1}{6}.$$

   $$P(G=-2)=1-P(G=3)-P(G=8)=1-\frac{1}{18}-\frac{1}{6}=\frac{7}{9}$$

   D'où le tableau :

x_i	-2	3	8
$P(G=x_i)$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{6}$

   L'espérance mathématique de G est :

   $$E=-2\times\frac{7}{9}+3\times\frac{1}{18}+8\times\frac{1}{6}=-\frac{1}{18}.$$

   Ce jeu n'est pas à l'avantage du joueur car l'espérance est négative.

3. *Deuxième cas* : le joueur joue avec un dé pipé.
   On sait que p_6 est le double de p_1 et que $p_1=p_2=p_3=p_4=p_5$.
   a. Valeurs p_i pour $1\le i\le 6$:
   On a :

   $$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6=1,\ p_1=p_2=p_3=p_4=p_5 \text{ et } p_6=2p_1$$

   Donc :

   $$p_1+p_1+p_1+p_1+p_1+2p_1=1\Leftrightarrow p_1=\frac{1}{7}.$$

   Conclusion :

   $$p_1=p_2=p_3=p_4=p_5=\frac{1}{7} \text{ et } p_6=\frac{2}{7}$$

   b. Montrons que $P(G=3)=\dfrac{4}{49}$:

   $$P(G=3)=P(A_4^1\cap A_6^2)+P(A_5^1\cap A_6^2)=P(A_4^1)\times P(A_6^2)+P(A_5^1)\times P(A_6^2)$$

   $$P(G=3)=\frac{1}{7}\times\frac{2}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{2}{7}=\frac{4}{49}$$

   c. Loi de probabilité de G :

$$P(G=8)=P\left(A_6^1\right)=\frac{2}{7}.$$

$$P(G=-2)=1-P(G=3)-P(G=8)=1-\frac{4}{49}-\frac{2}{7}=\frac{31}{49}$$

D’où le tableau :

x_i	-2	3	8
$P(G=x_i)$	$\frac{31}{49}$	$\frac{4}{49}$	$\frac{2}{7}$

L’espérance mathématique de G est :

$$E=-2\times\frac{31}{49}+3\times\frac{4}{49}+8\times\frac{2}{7}=\frac{62}{49}.$$