CORRECTION

EXERCICE n°1 :

Une entreprise recherche trois personnes expérimentées pour occuper trois postes techniques importants. On a constaté, lors d'embauches précédentes, que parmi les candidats qui peuvent se présenter, 80 % ont les compétences requises pour occuper ces postes.
Pour sélectionner les candidats, les recruteurs de l'entreprise élaborent un test.
On estime que :

- si une personne est compétente, elle a 85 chances sur 100 de réussir le test ;
- si une personne n'est pas compétente, elle a 20 chances sur 100 de réussir le test.

Une personne se présente pour le premier poste. On note :

- C l'événement : « la personne est compétente » ;
- R l'événement : « la personne réussit le test ».

1. A l'aide des informations indiquées dans l'énoncé :
   a. Donnons les valeurs de $P(C)$ et $P_C(R)$:
   On a :
   $$P(C)=0,8 \text{ et } P_C(R)=0,85.$$
   b. Donnons la probabilité qu'une personne réussisse le test, sachant qu'elle n'est pas compétente :
   On a :
   $$P_{\overline{C}}(R)=0,2.$$
2. Calculons $P\left(\overline{C}\right)$:
   On a :
   $$P\left(\overline{C}\right)=1-P(C)=0,2.$$
3. Calculons la probabilité qu'une personne réussisse le test et soit compétente :
   On a :
   $$P(C\cap R)=P(C)\times P_C(R)=0,8\times 0,85=0,68.$$
4. Montrons que $P(R)=0,72$:
   On a :
   $$P(R)=P(R\cap C)+P\left(R\cap \overline{C}\right)=P(R\cap C)+P\left(\overline{C}\right)\times P_{\overline{C}}(R)=$$
   $$P(R)=0,68+0,2\times 0,2=0,72.$$
5. Une personne réussit le test, calculons la probabilité qu'elle soit compétente :
   On a :
   $$P_R(C)=\frac{P(R\cap C)}{P(R)}=\frac{0,68}{0,72}=0,94.$$

Trois personnes se présentent pour pourvoir les trois postes. Ils subissent successivement le test de façon indépendante. On admet que la probabilité de réussir au test est de 0,72 pour chacun.

6. Calculons la probabilité que les trois candidats réussissent au test :
   On a :
   $$p_1=P(R\cap R\cap R)=P(R)^3=0,72^3=0,37 \text{ par indépendance.}$$
7. Calculons la probabilité qu'exactement deux candidats réussissent le test :
   On a :
   $$p_2=P\left(R\cap R\cap \overline{R}\right)+P\left(R\cap \overline{R}\cap R\right)+P\left(\overline{R}\cap R\cap R\right)$$
   $$p_2=3\times P(R)^2\times P\left(\overline{R}\right)=3\times 0,72^2\times(1-0,72)=0,44.$$
   par indépendance.