

### **EXERCICE n°33 :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$  et  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1. Etudier le signe de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
2. Calculer la limite de la fonction  $f$  en 0. Que peut-on en déduire pour la courbe  $(C)$  ?
3. La droite d'équation  $y = 0$  est-elle asymptote à  $(C)$  en  $+\infty$  ? Justifiez votre réponse.
4. Calculer la dérivée de la fonction  $f$  et étudier son signe sur  $]0; +\infty[$ .
5. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
6. Calculer une primitive de la fonction  $f$  sur  $]0; +\infty[$ . Déterminer celle qui prend la valeur 0 en 1.

#### ***Partie B***

Une entreprise, qui fabrique des ustensiles de cuisine, sait qu'elle peut en produire jusqu'à 5 000 par jour et que son bénéfice, exprimé en milliers de francs, est donné par :  $B(q) = 10 \times \frac{1 + \ln q}{q}$  où  $q$  est le nombre d'unités produites en milliers.

Déduire de l'étude de la **partie A** :

1. Le nombre minimal d'unités (arrondi à  $10^{-3}$ ) à produire pour que l'entreprise atteigne le seuil de rentabilité (bénéfice positif).
2. Le nombre exact d'unité à produire pour que l'entreprise obtienne un bénéfice maximum, ainsi que la valeur de ce bénéfice.