

EXERCICE n°29 :

On considère la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = -x + 4 + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right).$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et on désigne par (C) la courbe représentative de f .

1. Etudier les limites de f en 1 et en $+\infty$.

2. Montrer que, pour tout réel x de $]1; +\infty[$: $f'(x) = -\frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)}$.

En déduire le sens de variation de f sur cet intervalle.

3. Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 4$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.

Montrer que, pour tout x de $]1; +\infty[$, $\frac{x+1}{x-1} > 1$ et en déduire la position de (C) par rapport à (D) .

4. Déterminer les coordonnées du point de (C) , où la tangente à la courbe a un coefficient directeur égal à $-\frac{5}{3}$, et en donner une équation de cette tangente (Δ) .

5. Montrer que, sur l'intervalle $[4; 5]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α .

Donner une valeur approchée α au centième près.

6. Construire les droites (D) , (Δ) et la courbe (C) .

(On prendra comme unité graphique 2 cm sur chaque axe)