

EXERCICE n°28 :

Partie A

On considère la fonction g définie sur $] -1; +\infty[$ par :

$$g(x) = -x^2 + ax + b \ln(x+1).$$

Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentative de g admette une tangente parallèle à l'axe des abscisses aux points d'abscisses 0 et $\frac{3}{2}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par :

$$f(x) = -x^2 + 5x - 5 \ln(x+1)$$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers -1 .

Déterminer la limite de $-x^2 + 5x$ quand x tend vers $+\infty$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

2. Calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f .

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[2; 3]$.

Donner une valeur approchée de α à 0,01 près.

4. Tracer la courbe (C) .