<u>EXERCICE n°27</u> :

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$g(x)=x^2+1-\ln x.$$

1. Calculer la fonction dérivée de g et étudier son signe.
2. Donner le tableau de variations de g. (*On ne demande pas les limites en 0 et en* $+\infty$)
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0;+\infty[$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par :

$$f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln x}{x}.$$

On appelle (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
   Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que, pour tout x de l'intervalle $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.
3. Montrer que l'équation $f(x)=3$ admet une unique solution x_0 dans l'intervalle $[2;3]$.
   A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de x_0.
4. Calculer les coordonnées du point A intersection de la courbe (C) avec la droite (D) d'équation $y=x+\dfrac{1}{2}$.
   Montrer que la droite (D) est asymptote oblique à la courbe (C) en $+\infty$.
   Etudier la position relative de la courbe (C) par rapport à la droite (D).
   Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A.
5. Tracer (T), (D) et (C) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.