

CORRECTION

EXERCICE n°24 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x+4}{x+3}$ sur $] -3; +\infty[$.

1. Tableau de signe de $f(x)$:

x	-3	$+\infty$
$x+4$		$+$
$x+3$	0	$+$
$f(x)$		$+$

Conclusion : $f(x) > 0$ sur $] -3; +\infty[$.

2. Limite de la fonction f en -3 :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^+} (x+4) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} (x+3) = 0^+ \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty$$

Limite de la fonction f en $+\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x} \right) = 1.$$

3. On pose : $g(x) = \ln\left(\frac{x+4}{x+3}\right) = \ln[f(x)]$.

$f(x) > 0$ sur $] -3; +\infty[$ donc cette fonction est définie sur $] -3; +\infty[$.

Limite de la fonction g en -3 :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{X \rightarrow +\infty} \ln X = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3^+} g(x) = +\infty.$$

Limite de la fonction g en $+\infty$:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \\ \lim_{X \rightarrow 1} \ln X = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0.$$