CORRECTION

EXERCICE n°22 :

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\ln(ax+b)$.

1. $f(2)=0$ alors $\ln(2a+b)=0$.

   $f'(3)=\dfrac{3}{4}$ et $f'(x)=\dfrac{a}{ax+b}$ alors $\dfrac{a}{3a+b}=\dfrac{3}{4}$.

   On résout le système :

$$\begin{cases}\ln(2a+b)=0\\ \dfrac{a}{3a+b}=\dfrac{3}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\ln(2a+b)=\ln 1\\ 4a=3(3a+b)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+b=1\\ 5a+3b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-6a-3b=-3\\ 5a+3b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=-5\end{cases}.$$

   D'où : $f(x)=\ln(3x-5)$ alors la fonction f est définie si $3x-5>0$ donc $D_f=\left]\dfrac{5}{3};+\infty\right[$.

   On a : $f'(x)=\dfrac{3}{3x-5}$ d'où le tableau de variation suivant :

x	$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	
$f(x)$	||	$\nearrow$	

   Conclusion :

   La fonction f est croissante sur $\left]\dfrac{5}{3};+\infty\right[$

2. La courbe (C_f) passe par le point $A(2;0)$ alors $f(2)=0$.

   La tangente au point A a pour coefficient directeur -2 alors $f'(2)=-2$.

   On résout le système :

$$\begin{cases}f(2)=0\\ f'(2)=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\ln(2a+b)=0\\ \dfrac{2}{2a+b}=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\ln(2a+b)=\ln 1\\ 2=-2(2a+b)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+b=1\\ 5a+2b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-4a-2b=-2\\ 5a+2b=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\ b=5\end{cases}$$

   .

   D'où : $f(x)=\ln(-2x+5)$ et $D_f=\left]-\infty;\dfrac{5}{2}\right[$.