CORRECTION

EXERCICE n°12 :

a. $(\ln x)^2 - \ln x - 2 = 0$:

Cette équation est définie si $x > 0$ soit sur $]0;+\infty[$.

On pose : $X = \ln x$ alors :

$$X^2 - X - 2 = 0 \Leftrightarrow X = -1 \quad ou \quad X = 2.$$

Soit alors :

$$\ln x = -1 \Leftrightarrow \ln x = -\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(\frac{1}{e}\right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}.$$

$$\ln x = 2 \Leftrightarrow \ln x = 2\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(e^2\right) \Leftrightarrow x = e^2.$$

b. $2(\ln x)^2 - 3\ln x - 5 = 0$:

Cette équation est définie si $x > 0$ soit sur $]0;+\infty[$.

On pose : $X = \ln x$ alors :

$$2X^2 - 3X - 5 = 0 \Leftrightarrow X = -1 \quad ou \quad X = \frac{5}{2}.$$

Soit alors :

$$\ln x = -1 \Leftrightarrow \ln x = -\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(\frac{1}{e}\right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}.$$

$$\ln x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \ln x = \frac{5}{2}\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(e^{\frac{5}{2}}\right) \Leftrightarrow x = e^{\frac{5}{2}}.$$

c. $\dfrac{(\ln x)^2}{4} + \ln x + 1 = 0$:

Cette équation est définie si $x > 0$ soit sur $]0;+\infty[$.

On pose : $X = \ln x$ alors :

$$\frac{X^2}{4} + X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = -2.$$

Soit alors :

$$\ln x = -2 \Leftrightarrow \ln x = -2\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(e^{-2}\right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{e^2}.$$

d. $2(\ln x)^2 + 7\ln x - 4 = 0$:

Cette équation est définie si $x > 0$ soit sur $]0;+\infty[$.

On pose : $X = \ln x$ alors :

$$2X^2 + 7X - 4 = 0 \Leftrightarrow X = -4 \quad ou \quad X = \frac{1}{2}.$$

Soit alors :

$$\ln x = -4 \Leftrightarrow \ln x = -4\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(e^{-4}\right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{e^4}.$$

$$\ln x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \ln x = \frac{1}{2}\ln e \Leftrightarrow \ln x = \ln\left(\sqrt{e}\right) \Leftrightarrow x = \sqrt{e}.$$