

EXERCICE n°5 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{1 - x}.$$

On appelle (C) la courbe représentant la fonction f dans un repère orthonormal d'unité 1 cm en abscisse et en ordonnée.

1. Etudier les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
En donner une interprétation graphique, s'il y a lieu.

2. Soit (D) la droite d'équation $y = -x$.

Montrer que (D) est asymptote à la courbe (C) en $-\infty$ et $+\infty$

Etudier la position relative de (C) et (D) sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

3. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

4. Dresser le tableau de variations complets de la fonction f .

5. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse -1 .

6. Résoudre, par le calcul, l'équation $f(x) = 0$ sur $]-\infty; 1[$.

Interpréter graphiquement le résultat.