CORRECTION

EXERCICE n°2 :

Soit la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par : $g(x)=x^3-1200x-100$.

1. Déterminons la limite de la fonction g en $+\infty$:

   On a : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-1200x-100\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3\right)=+\infty$

2. Etudions le sens de variation de la fonction g et dressons son tableau de variation :

   On a : $g'(x)=3x^2-1200=3\left(x^2-400\right)$.

   Etude du signe de $g'(x)$:

   $$\begin{cases} g'(x)=0 \ \ si \ \ x=20 \\ g'(x)>0 \ \ si \ \ x\in\left]20;+\infty\right[\\ g'(x)<0 \ \ si \ \ x\in\left[0;20\right[\end{cases}.$$

   Tableau de variation de la fonction g :

x	0		20		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-100	$\searrow$	-16100	$\nearrow$	$+\infty$

   Conclusion :

   La fonction g est croissante sur $\left[20;+\infty\right[$.

   La fonction g est décroissante sur $\left[0;20\right]$.

3. Montrons que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[20;40]$:

   Sur l'intervalle $[20;40]$:

   - La fonction g est continue ;
   - La fonction g est croissante ;
   - $g(20)<0$ et $g(40)>0$;

   Conclusion :

   L'équation $g(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[20;40]$

   Donnons une valeur approchée de α à l'unité près :

   $34,6<\alpha<34,7$ donc $\alpha=35$.

4. Déduisons le signe de $g(x)$ sur $[0;+\infty[$:

   $$\begin{cases} g(x)=0 \ \ si \ \ x=\alpha \\ g(x)>0 \ \ si \ \ x\in\left]\alpha;+\infty\right[\\ g(x)<0 \ \ si \ \ x\in\left[0;\alpha\right[\end{cases}$$