

### EXERCICE n°5 :

1. La fonction  $f$  représentée, graphique 1, par la courbe  $(C)$  est définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = (ax+b)\ln x$  où  $a$  et  $b$  sont deux constantes que l'on calculera dans la suite de cette question. Sur le graphique 1 sont placés les points  $A(1;0)$ ,  $B(2;0)$  et  $E(0;-1)$ . Les points  $A$  et  $B$  appartiennent à la courbe  $(C)$ , la droite  $(AE)$  est tangente à la courbe  $(C)$  en  $A$ .

- a. Donner par lecture graphique  $f(2)$  et  $f'(1)$ .  
b. En déduire  $a$  et  $b$ .
2. Soit  $G$  une primitive de la fonction  $f$  représentée par la courbe  $(C)$  du graphique 1.

Parmi les trois courbes  $(C_1)$ ,  $(C_2)$ ,  $(C_3)$  proposées sur le graphique 2, quelle est la seule qui peut représenter  $G$ . Justifier votre réponse.

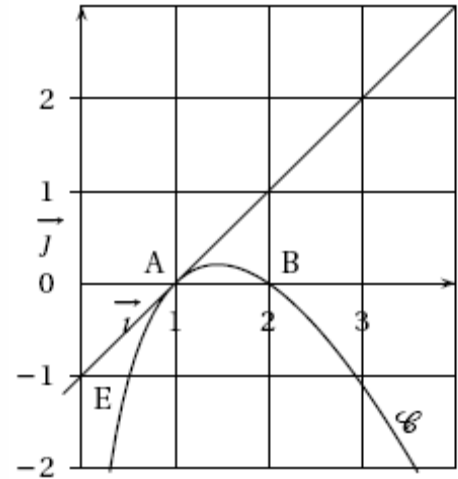
3. On admet à partir de maintenant que  $f$  est définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 2 \ln x - x \ln x$ .

Soit  $F$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par

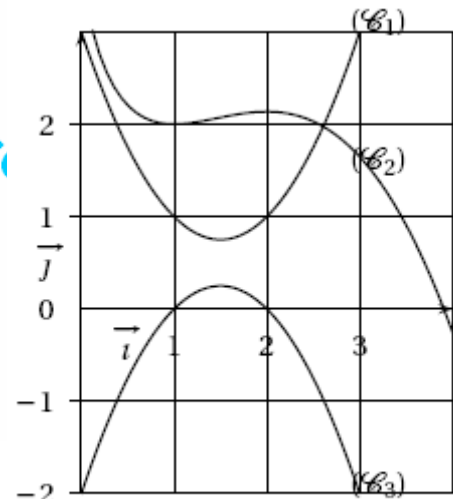
$$F(x) = \left(2x - \frac{1}{2}x^2\right) \ln x - 2x + \frac{1}{4}x^2 + \frac{15}{4}.$$

- a. Démontrer que la fonction  $F$  est la primitive de  $f$  qui prend la valeur 2 en 1.

- b. Calculer  $\int_1^2 f(x) dx$ . Donner une interprétation géométrique de cette intégrale.



graphique 1



graphique 2