EXERCICES : PRIMITIVES D'UNE FONCTION CONTINUE SUR UN INTERVALLE

EXERCICE n°1 :

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer une primitive de la fonction f sur I :

$f_1(x)=2x^3-3x^2+\frac{1}{2}$; $I=\mathbb{R}$	$f_2(x)=-2x^4+3x-1$; $I=\mathbb{R}$	$f_3(x)=-\frac{2}{x^3}$; $I=]0;+\infty[$
$f_4(x)=\frac{3}{x^4}$; $I=]0;+\infty[$	$f_5(x)=2x+\frac{1}{2\sqrt{x}}$; $I=]0;+\infty[$	$f_6(x)=4x^3+\frac{2}{x^3}$; $I=]0;+\infty[$
$f_7(x)=(x+2)^3$; $I=\mathbb{R}$	$f_8(x)=(1-2x)^4$; $I=\mathbb{R}$	$f_9(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}+1\right)^3$; $I=]0;+\infty[$
$f_{10}(x)=2x\left(1-x^2\right)^5$; $I=\mathbb{R}$	$f_{11}(x)=(x-1)\left(x^2-2x+3\right)^3$; $I=\mathbb{R}$	$f_{12}(x)=\left(x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(x^2+4\sqrt{x}\right)^2$; $I=]0;+\infty[$
$f_{13}(x)=\frac{1}{(1-2x)^3}$; $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$	$f_{14}(x)=\frac{x^2+1}{\left(x^3+3x+5\right)^2}$; $I=]0;+\infty[$	$f_{15}(x)=\frac{x^2}{\left(x^3+1\right)^5}$; $I=]0;+\infty[$
$f_{16}(x)=\frac{x^3-1}{x^2}$; $I=]0;+\infty[$	$f_{17}(x)=\frac{x^3-x^2+2}{x^2}$; $I=]0;+\infty[$	

EXERCICE n°2 :

Les fonctions f et g suivantes sont-elles deux primitives d'une même fonction sur un intervalle I :

1. $f(x)=\left(x^2+2x\right)^2$ et $g(x)=x^4+4x^3+4x^2-1$ sur $I=\mathbb{R}$.
2. $f(x)=\frac{x^2-1}{x+2}$ et $g(x)=\frac{x^2-5x-11}{x+2}$ sur $I=]-2;+\infty[$.
3. $f(x)=\frac{2x-1}{x^2+x+1}$ et $g(x)=\frac{-x^2+3x-3}{2x^2+2x+2}$ sur $I=\mathbb{R}$.
4. $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ et $g(x)=\frac{x+4}{x^2+1}$ sur $I=\mathbb{R}$.

EXERCICE n°3 :

Trouver la fonction f telle que pour tout x réel, $f'(x)=2x+3$ et telle que la courbe représentative de la fonction f passe par le point $A(-1;2)$.

EXERCICE n°4 :

Trouver la fonction f, définie sur $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ telle que :

- la fonction dérivée de f' est la fonction $x\mapsto\frac{8}{(2x-1)^3}$;

- la courbe représentative de la fonction f admet au point $A(1;2)$ une tangente de coefficient directeur égal à 1.

<u>EXERCICE n°5</u> : D'après Bac

f est la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{2x^2+4x-1}{(x+1)^2}$.

1. Trouver deux réels a et b tels que : $2x^2+4x-1$ s'écrive sous la forme : $a(x+1)^2+b$.
   Déduisez-en une nouvelle écriture de la fonction f.
2. Trouver une primitive de la fonction f sur $]-1;+\infty[$.

<u>EXERCICE n°6</u> : D'après Bac

1. Donnez une primitive de chacune des fonctions $x\mapsto\dfrac{1}{(x-1)^3}$ et $x\mapsto\dfrac{1}{(x-1)^4}$ définies sur l'intervalle $I=]1;+\infty[$.
2. Soit la fonction f définie sur I par : $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)^4}$.
   a. Trouver deux réels a et b tels que pour tout x de I : $f(x)=\dfrac{a}{(x-1)^3}+\dfrac{b}{(x-1)^4}$.
   b. Déduisez-en une primitive de la fonction f sur I.

<u>EXERCICE n°7</u> :

Calculer les intégrales suivantes :

$I_1=\int_1^4 dx$ $\qquad$ $I_2=\int_0^1(2x-3)(x^2-3x+2)^2\,dx$ $\qquad$ $I_3=\int_1^2\dfrac{x-2}{(x^2-4x)^3}dx$