EXERCICE n°1 :

1. Soit la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=\ln(x+1)-\ln x$.
   a. Justifier que $g(x)>0$ sur $]0;+\infty[$.
   b. Déterminer la limite de la fonction g en 0.
   c. Montrer que, sur $]0;+\infty[$, $g(x)=\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.
   En déduire la limite de la fonction g en $+\infty$.
   d. Démontrer que la fonction G, définie sur $]0;+\infty[$, par $G(x)=(x+1)\ln(x+1)-x\ln x$ est une primitive de la fonction g sur $]0;+\infty[$.
2. Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x+2+\ln(x+1)-\ln x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$.
   En utilisant les résultats du **1.**, justifier les affirmations suivantes :
   a. l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe (C) ;
   b. la droite (D) d'équation $y=x+2$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$;
   c. la courbe (C) est au-dessus de la droite (D) ;
   d. $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx=6\ln 2-3\ln 3+8$.