CORRECTION

EXERCICE n°9 :

Soit la fonction f définie sur $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ par : $f(x)=\dfrac{-2x^2+6x+2}{(1-x)(2x+1)}$.

a. On a :

Alors par identification :

$$f(x)=a+\frac{b}{1-x}+\frac{c}{2x+1}=\frac{a(1-x)(2x+1)+b(2x+1)+c(1-x)}{(1-x)(2x+1)}$$

$$f(x)=\frac{a\left(2x+1-2x^2-x\right)+2bx+b+c-cx}{(1-x)(2x+1)}=\frac{-2ax^2+(a+2b-c)x+(a+b+c)}{(1-x)(2x+1)}.$$

Alors par identification :

$$\begin{cases}-2a=-2\\ a+2b-c=6\\ a+b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ 2b-c=5\\ b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=2\\ c=-1\end{cases}\text{ d'où } f(x)=1+\frac{2}{1-x}-\frac{1}{2x+1}.$$

b. On pose :

$u(x)=1-x$ et $v(x)=2x+1$ alors $u'(x)=-1$ et $v'(x)=2$.

Donc :

$$f(x)=1-2\times\frac{-1}{1-x}-\frac{1}{2}\times\frac{2}{2x+1}=1-2\times\frac{u'(x)}{u(x)}-\frac{1}{2}\times\frac{v'(x)}{v(x)}.$$

D'où :

$$F(x)=x-2\ln\left[u(x)\right]-\frac{1}{2}\ln\left[v(x)\right]+k=x-2\ln(1-x)-\frac{1}{2}\ln(2x+1)\ \ (k=0).$$