CORRECTION

EXERCICE n°8 :

Soit la fonction f définie sur $]3;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{2x+6}{(x+1)(x-3)}$.

a. On a :

Alors par identification :

$$f(x)=\frac{a}{x-3}+\frac{b}{x+1}=\frac{a(x+1)+b(x-3)}{(x+1)(x-3)}=\frac{(a+b)x+(a-3b)}{(x+1)(x-3)}.$$

Alors par identification :

$$\begin{cases}a+b=2\\a-3b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=2\\-a+3b=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-1\end{cases}\text{ d' où } f(x)=\frac{3}{x-3}-\frac{1}{x+1}.$$

b. On pose :

$u(x)=x-3$ et $v(x)=x+1$ alors $u'(x)=1$ et $v'(x)=1$.

Donc :

$$f(x)=3\times\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x+1}=3\times\frac{u'(x)}{u(x)}-\frac{v'(x)}{v(x)}.$$

D'où :

$$F(x)=3\times\ln\left[u(x)\right]-\ln\left[v(x)\right]+c=3\ln(x-3)-\ln(x+1)\ \ (c=0).$$