

CORRECTION

EXERCICE n°6 :

a. Soit $f(x) = 3x + \frac{1}{x^2}$ avec $x_0 = 2$ et $y_0 = 1$:

On a :

$$F(x) = 3 \times \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + c = \frac{3x^2}{2} - \frac{1}{x} + c \text{ avec } c \in \mathbb{R}.$$

De plus : $F(x_0) = y_0 \Leftrightarrow F(2) = 1$.

D'où :

$$\frac{3 \times 2^2}{2} - \frac{1}{2} + c = 1 \Leftrightarrow c = -\frac{9}{2}.$$

Conclusion :

$$F(x) = \frac{3x^2}{2} - \frac{1}{x} - \frac{9}{2}.$$

b. Soit $f(x) = 2x - \frac{5}{x^3}$ avec $x_0 = 1$ et $y_0 = 0$:

On a :

$$F(x) = x^2 - 5 \times \frac{-1}{(3-1)x^{3-1}} + c = x^2 + \frac{5}{2x^2} + c \text{ avec } c \in \mathbb{R}.$$

De plus : $F(x_0) = y_0 \Leftrightarrow F(1) = 0$.

D'où :

$$1^2 + \frac{5}{2 \times 1^2} + c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{7}{2}.$$

Conclusion :

$$F(x) = x^2 + \frac{5}{2x^2} - \frac{7}{2}.$$

c. Soit $f(x) = -x^2 + x - 3$ avec $x_0 = 1$ et $y_0 = 2$:

On a :

$$F(x) = -\frac{x^{2+1}}{2+1} + \frac{x^{1+1}}{1+1} - 3x + c = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x + c \text{ avec } c \in \mathbb{R}.$$

De plus : $F(x_0) = y_0 \Leftrightarrow F(1) = 2$.

D'où :

$$-\frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} - 3 \times 1 + c = 2 \Leftrightarrow c = \frac{29}{6}.$$

Conclusion :

$$F(x) = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{29}{6}.$$

d. Soit $f(x) = x^3(x^4 - 1)$ avec $x_0 = 0$ et $y_0 = -1$:

On a :

$$f(x) = x^7 - x^3$$

$$F(x) = \frac{x^{7+1}}{7+1} - \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = \frac{x^8}{8} - \frac{x^4}{4} + c \text{ avec } c \in \mathbb{R}.$$

De plus : $F(x_0) = y_0 \Leftrightarrow F(0) = -1.$

D'où :

$$\frac{0^8}{8} - \frac{0^4}{4} + c = -1 \Leftrightarrow c = -1.$$

Conclusion :

$$F(x) = \frac{x^8}{8} - \frac{x^4}{4} - 1.$$