CORRECTION

<u>EXERCICE n°4</u> :

Chaque question comporte trois affirmations repérées par les lettres a, b et c.
Vous devez indiquer pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse sans justification.

Soit f une fonction impaire définie et dérivable sur $[-5;5]$; on désigne par F une primitive de f sur cet intervalle.

Sur les graphiques ci-dessous, le repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ est un repère orthogonal.

La courbe (C) est la représentation graphique de la fonction *f*.

Le point A a pour coordonnées $(-2;8)$, le point B a pour coordonnées $\left(-2\sqrt{3};0\right)$ et le point C a pour coordonnées $\left(2\sqrt{3};0\right)$.

La droite (OA) est la tangente en O à la courbe (C).

***<u>Question n°1</u>* :**

a. (C) est la courbe représentative de F' : ***VRAI***.

En effet, $F' = f$.

b. $f'(0) = -2$: ***FAUX***.

En effet, $f'(0) = \dfrac{-4-0}{1-0} = -4$.

c. La fonction f est négative ou nulle sur $[-1;1]$: ***FAUX***.

En effet, la fonction f est décroissante sur $[-1;1]$.

***<u>Question n°2</u>* :**

a. Soit S l'aire, exprimée en unité d'aire, de la portion du plan délimitée par (C), l'axe $\left(O;\vec{i}\right)$ et la droite d'équation $x = -2$. On a : $0 \le S \le 2$: ***FAUX***.

En effet , $0 \le S \le \dfrac{2\times 8}{2} = 8$

b. $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 0$: ***VRAI***.

En effet, $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = \int_{-2}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{2} f(x)\,dx$ et $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,dx = -\int_{0}^{2} f(x)\,dx$.

c. $F(2) - F(0) < 0$: ***VRAI***.

En effet, sur $[0;2]$: $f(x) \le 0$ donc $\displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,dx \le 0$ de plus $\displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,dx = F(2) - F(0)$ donc

$F(2) - F(0) \le 0$.

***<u>Question n°3</u>* :**

Parmi les courbes (C_1) et (C_2) l'une représente f' et l'autre F.

Le point D a pour abscisse $-2\sqrt{3}$ et le point E pour abscisse $2\sqrt{3}$.

a. Une équation de (C_1) est $y=x^2-2$: ***FAUX***.

En effet, $y=ax^2+bx+c$ (équation d'une parabole). On a le système suivant :

$$\begin{cases}(-2;0)\in(C_1)\\(2;0)\in(C_1)\\(0;-4)\in(C_1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\times(-2)^2+b\times(-2)+c=0\\a\times 2^2+b\times 2+c=0\\c=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+2b+c=0\\4a+2b+c=0\\c=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a-2b=4\\4a+2b=4\\c=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-4\end{cases}.$$

b. (C_2) est la courbe représentative de f' : ***FAUX***.

En effet, $f'(x)\leq 0$ sur $[-2;2]$ et non sur $\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$

c. $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{3}} f(x)\,dx=-10$: ***FAUX***.

On a :

$f'(x)=x^2-4$ alors $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-4x+c$ or $f(0)=0$ donc $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-4x$.

Il résulte que :

$F(x)=\dfrac{x^4}{12}-2x^2+c$ or $F(0)=0$ donc $F(x)=\dfrac{x^4}{12}-2x^2$.

$\displaystyle\int_0^{2\sqrt{3}} f(x)\,dx=\left[F(x)\right]_0^{2\sqrt{3}}=F\left(2\sqrt{3}\right)-F(0)$ avec

$$F\left(2\sqrt{3}\right)=\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^4}{12}-2\left(2\sqrt{3}\right)^2=\frac{16\times 9}{12}-2\times 4\times 3=-12.$$