

CORRECTION

EXERCICE n°23 :

Soit la fonction f définie pour $x \neq 2$ par : $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 2}$.

On a :

$$ax + b + \frac{c}{x - 2} = \frac{(ax + b)(x - 2) + c}{x - 2} = \frac{ax^2 + (-2a + b)x + (-2b + c)}{x - 2}.$$

Par identification, on obtient :

$$\begin{cases} a = 1 \\ -2a + b = -2 \\ -2b + c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases}.$$

D'où :

$$f(x) = x + \frac{5}{x - 2}.$$

On a :

$$\int_3^5 f(x) dx = \int_3^5 \left(x + \frac{5}{x - 2} \right) dx = \left[\frac{x^2}{2} + 5 \ln(x - 2) \right]_3^5 = 8 + 5 \ln 3.$$