

CORRECTION

EXERCICE n°9 :

1. Si l'on décide de modéliser cette carte par le graphe précédent, une arête représente la frontière entre deux pays.
2. Tableau :

Sommets	A	B	C	D	E	F	G
Degrés	3	2	4	4	5	4	2

Le graphe est connexe et il n'existe que deux sommets de degrés impairs (A et E) donc il existe une chaîne eulérienne entre ces deux sommets.

Cela signifie qu'il existe un parcours qui permette de franchir chacune des frontières terrestres entre ces pays une fois et une seule.

Par exemple, le chemin : E – A – F – D – E – F – C – E – G – D – C – B – A .

Tous les degrés ne sont pas pairs donc il n'existe pas de cycle eulérien c'est à dire qu'il n'existe pas un parcours pour lequel le pays de départ et le pays d'arrivée sont les mêmes.

3. Déterminons le nombre minimal de couleurs permettant de colorier cette carte de sorte que deux pays voisins n'aient jamais la même couleur et réalisons un tel coloriage :

Sommets	E	C	D	F	A	B	G
Degrés	5	4	4	4	3	2	2
Couleurs	Rouge	Vert	Bleu	Jaune	Vert	Rouge	Vert

Déterminons le nombre chromatique γ :

- Le sous- graphe composé des sommets E, F, D et C est complet et d'ordre maximal égal à 4.
- Le degré maximal du graphe est 5.
- Conclusion :
 $4 \leq \gamma \leq 6$.

On a utilisé 4 couleurs pour colorier le graphe et $4 \leq \gamma \leq 6$ donc $\gamma = 4$ et par conséquent il faut au minimum 4 couleurs pour colorier ce graphe.