

CORRECTION

EXERCICE n°8 :

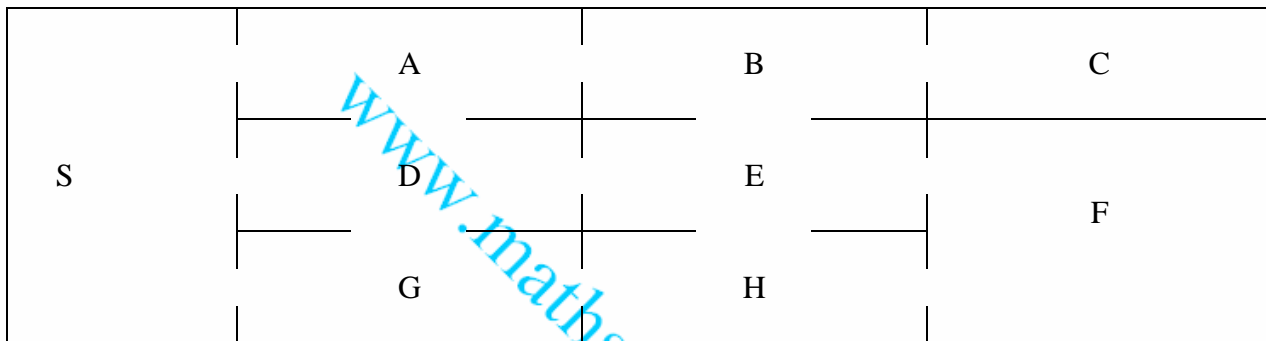
PARTIE A :

Un musée est constitué de neuf salles notées A, B, C, D, E, F, G, H et S. Le plan du musée est représenté ci-contre.

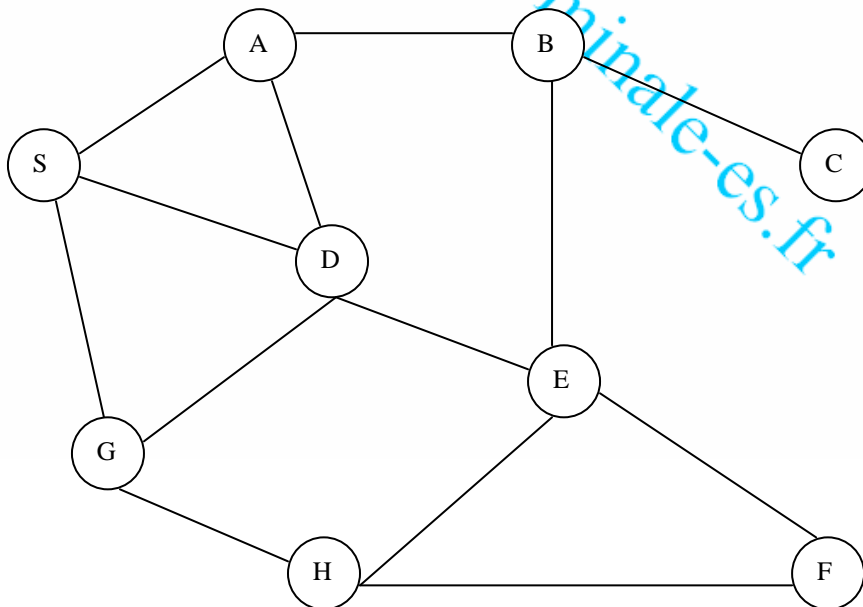
Ainsi, un visiteur qui se trouve dans la salle S peut atteindre directement les salles A, D ou G.

S'il se trouve dans la salle C, il peut se rendre directement dans la salle B, mais pas dans la salle F.

On s'intéresse au parcours d'un visiteur dans ce musée. On ne se préoccupe pas de la manière dont le visiteur accède au musée ni comment il en sort.



a. Dessinons un graphe modélisant la situation décrite :



b. Il existe trois sommets de degré pair donc on ne peut pas parcourir le musée en empruntant une et une seule chaque porte.

c. On range les sommets dans l'ordre décroissant des degrés :

Sommets	D	E	A	B	G	H	S	F	C
Degrés	4	4	3	3	3	3	3	2	1
Couleurs	Rouge	Bleu	Bleu	Rouge	Bleu	Rouge	Vert	Vert	Bleu

Le sous-graphe constitué des sommets S, A et D est complet donc il faut au moins trois couleurs.

On en déduit que le nombre chromatique du graphe est égal à 3 et il faut choisir au minimum trois couleurs de moquettes distinctes.

PARTIE B :

On note M la matrice à 9 lignes et 9 colonnes associée au graphe précédent, en convenant de l'ordre suivant des salles : S, A, B, C, D, E, F, G et H. Le graphe n'étant pas orienté, la matrice est symétrique par rapport à sa diagonale.

PARTIE C :

On donne la matrice :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 18 & 12 & 11 & 2 & 20 & 12 & 6 & 12 & 12 \\ 12 & 20 & 3 & 6 & 11 & 20 & 5 & 18 & 5 \\ 11 & 3 & 16 & 0 & 19 & 3 & 8 & 4 & 12 \\ 2 & 6 & 0 & 3 & 1 & 7 & 1 & 4 & 1 \\ 20 & 11 & 19 & 1 & 31 & 9 & 11 & 12 & 19 \\ 12 & 20 & 3 & 7 & 9 & 28 & 9 & 20 & 9 \\ 6 & 5 & 8 & 1 & 11 & 9 & 9 & 8 & 9 \\ 12 & 18 & 4 & 4 & 12 & 20 & 8 & 20 & 6 \\ 12 & 5 & 12 & 1 & 19 & 9 & 9 & 6 & 17 \end{pmatrix}$$

- Chemins qui, en quatre étapes, partent de D et reviennent à D : 31.
- Chemins qui, en quatre étapes, partent de S et arrivent à C : 2 ; SDEBC et SDABC.
- Non car il n'y a pas de chemin de longueur 4 permettant d'aller de C à B.