

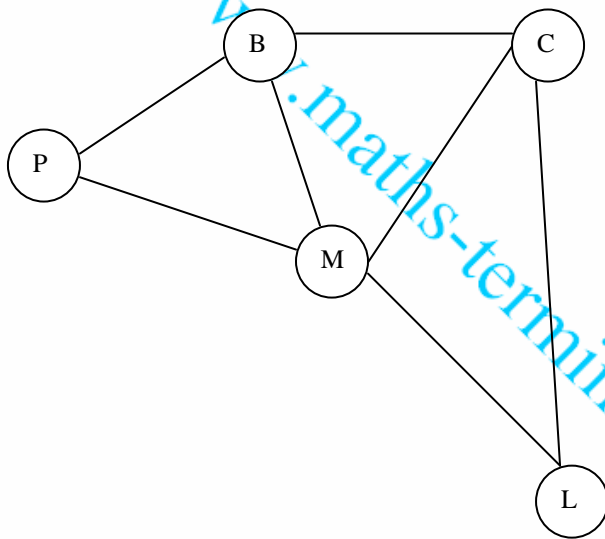
# CORRECTION

## EXERCICE n°5 :

Dans la ville GRAPHE, on s'intéresse aux principales rues permettant de relier différents lieux ouverts au publics, à savoir la mairie (M), la centre commercial (C), la bibliothèque (B), la piscine (P) et la lycée (L). Chacun de ces lieux est désigné par son initiale. Le tableau ci-dessous donne les rues existant entre ces lieux.

	B	C	L	M	P
B		×		×	×
C	×		×	×	
L		×		×	
M	×	×	×		×
P	×			×	

1. Dessinons un graphe représentant cette situation :



2. Montrons qu'il est possible de trouver un trajet empruntant une fois et une seule toutes les rues de ce plan et proposons un tel trajet :

Le tableau indiquant le degré de chaque sommet est le suivant :

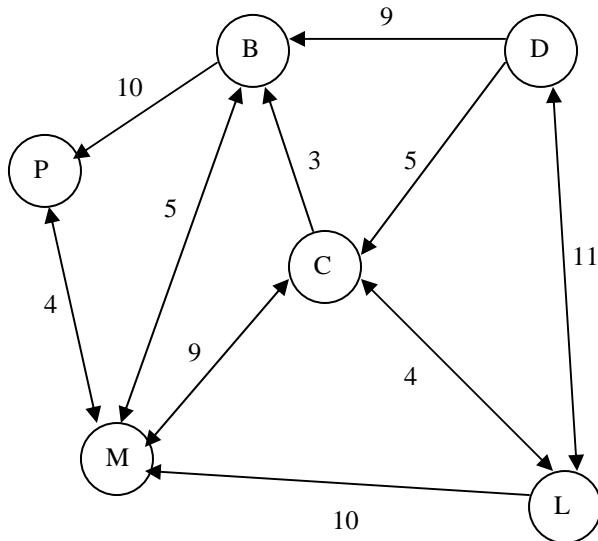
Sommets	B	C	L	M	P
Degrés	3	3	2	4	2

Le graphe précédent est connexe car il existe une chaîne entre deux sommets quelconques de  $\Gamma$  et le nombre de sommets de degré impair est égal à 2.

$\Gamma$  admet donc une chaîne eulérienne, ce qui signifie qu'il existe un trajet empruntant une fois et une seule fois toutes les rues. Un trajet est **BPMBCMLC**.

Tous les sommets n'étant pas de degré pair,  $\Gamma$  n'admet pas de cycle eulérien et il n'est pas possible de trouver un trajet partant et arrivant d'un même lieu et passant une fois et une seule par toutes les rues.

3. Dimitri habite dans cette ville ; le graphe ci-dessous donne le nouveau plan du quartier avec les sens de circulation dans les différentes rues et le temps de parcours entre les différents lieux.



Dimitri désire prendre sa voiture pour se rendre de son domicile noté D jusqu'à la piscine.  
 Trajet le plus court possible lui permettant de se rendre de son domicile à la piscine :  
 On utilise l'algorithme de DIJKSTRA :

B	C	D	L	M	P	Fixes
9(D)	5(D)	<b>0(D)</b>	11(D)	$\infty$	$\infty$	D
8(C)	<b>5(D)</b>	♦	9(C)	14(C)	$\infty$	C
<b>8(C)</b>	♦	♦	9(C)	13(B)	18(B)	B
♦	♦	♦	<b>9(C)</b>	13(B)	18(B)	L
♦	♦	♦	♦	<b>13(B)</b>	17(M)	M
♦	♦	♦	♦	♦	<b>17(M)</b>	P

Le plus court chemin pour aller du domicile jusqu'à la piscine est DCBMP qui est de longueur 17.