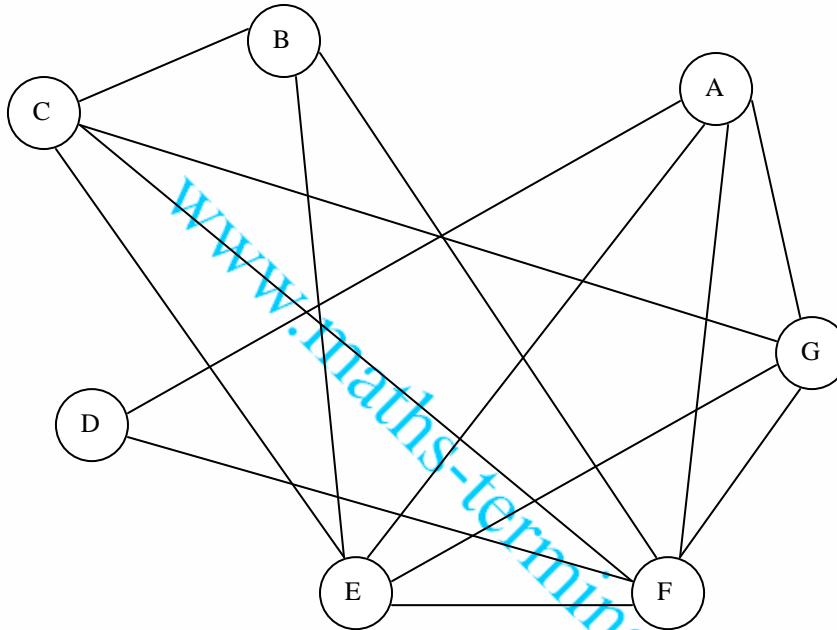


CORRECTION

EXERCICE n°3 :

Un concert de solidarité est organisé dans une grande salle de spectacle. A ce concert sont conviés sept artistes de renommé internationale : Luther Allunison (A), John Biaise (B), Phil Colline (C), Bob Ditlâne (D), Jimi Endisque (E), Robert Fripe (F) et Rory Garaguerre (G). Les différents musiciens invités refusant de jouer avec certains autres, l'organisateur du concert doit prévoir plusieurs parties du spectacle. Les arêtes du graphes Γ ci-dessous indiquent quels sont les musiciens qui refusent de jouer entre eux.



- Déterminons la matrice associée au graphe Γ (les sommets de Γ étant classés dans l'ordre alphabétique) :

La matrice M est :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

- Le sous-graphe de Γ constitué des sommets A, E, F et G est complet.
On déduit que le nombre chromatique vérifie $\gamma(\Gamma) \geq 4$.
- Le sommet de plus haut degré de Γ est F de degré 6.
Encadrement de $\gamma(\Gamma)$: $4 \leq \gamma(\Gamma) \leq 6+1 \Leftrightarrow 4 \leq \gamma(\Gamma) \leq 7$.
- Classons l'ensemble des sommets de Γ par ordre de degrés décroissants et colorions le graphe Γ :

| Sommets | F | E | A | C | G | B | D |
|----------|-------|------|-------|-------|------|------|------|
| Degrés | 6 | 5 | 4 | 4 | 4 | 3 | 2 |
| Couleurs | Rouge | Vert | Jaune | Jaune | Bleu | Bleu | Vert |

5. Il a fallu 4 couleurs pour colorier Γ et nous avons montré que $\chi(\Gamma) \geq 4$, par conséquent :

$\chi(\Gamma) = 4$. Il faut donc organiser 4 parties de spectacles :

- Une première avec les musiciens A et C.
- Une seconde avec les musiciens B et G.
- Une troisième avec les musiciens D et E.
- Une quatrième avec le musicien F.