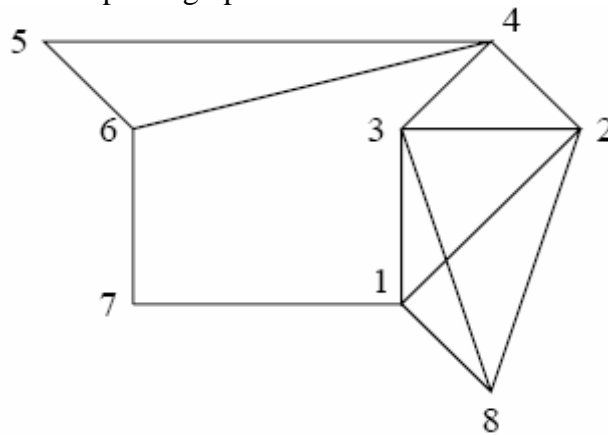


CORRECTION

EXERCICE n°2 :

Cette situation peut être représentée par le graphe suivant :



1. Les sommets représentent les villes et les arêtes les frontières communes. Ce graphe comporte 8 sommets donc son ordre vaut 8.
2. Ce graphe est-il complet : Non pas d'arête entre les sommets 6 et 3 par exemple. Connexe : Oui entre deux sommets il existe toujours une chaîne permettant d'aller d'un sommet à l'autre.
3. Dans un tableau, donnons le degré des sommets du graphe et déduisons son nombre d'arêtes :
- 4.

Sommets	1	2	3	4	5	6	7	8
Degrés	4	4	4	4	2	3	2	3

Dans un graphe, la somme des degrés est égal au double du nombre d'arêtes soit 13 arêtes.

5. Est-il possible de partir d'un pays, de franchir chaque frontière une seule fois et de terminer en un autre pays ?

Oui, tous les degrés du graphe sont pairs sauf deux donc il existe une chaîne eulérienne entre les sommets 6 et 8.

6. Nombre chromatique :
 - a. Donnons un sous-graphe complet d'ordre maximal de ce graphe :
Le graphe constitué des sommets 1, 2, 3 et 8 et son ordre est 4.
 - b. Déduisons un minorant du nombre chromatique $\gamma : 4 \leq \gamma$
 - c. Colorons les huit pays avec un nombre minimum de couleurs de telle façon que deux pays adjacents portent deux couleurs différentes :

Sommets	1	2	3	4	6	8	5	7
Degrés	4	4	4	4	3	3	2	2
Couleurs	Rouge	Vert	Bleu	Rouge	Vert	Jaune	Bleu	Bleu

- d. Déduisons la valeur de γ :
On a $4 \leq \gamma$ et on a utilisé 4 couleurs donc $\gamma = 4$.