

EXERCICE n°36 :

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = x + 3 + e^{-x+2}$.

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. Partie 1 :

- a. Calculer la limite de f en $+\infty$.
- b. Montrer l'existence d'une droite (D) asymptote à (C_f) .

Donner une équation de (D) .

- c. Etudier les variations de f sur $[0; +\infty[$.
- d. Tracer (D) et (C_f) dans le repère d'unité 1 cm.

En utilisant le graphique, indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 8$.

Donner une valeur approchée de ces solutions avec la précision permise par le graphique.

- e. Justifier, que sur l'intervalle $[2; 8]$, l'équation $f(x) = 8$ admet une unique solution α dont on donnera un encadrement d'amplitude 10^{-2} .

2. Partie 2 :

Une entreprise industrielle produit chaque jour x centaines d'objets. ($1 \leq x \leq 20$).

Le coût de fabrication de x centaines d'objets est donnée par $f(x)$ exprimés en centaines d'euros.

- a. Calculer le coût de fabrication de 600 objets, 1 000 objets puis 1 200 objets arrondi à l'euro près.
Quel est, dans chacun de ces cas, le coût de fabrication d'un objet.
- b. Quelle quantité d'objets doit-on fabriquer pour que le coût de fabrication soit le plus proche possible de 800 € ?
- c. Montrer que le coût de fabrication est minimal lorsque l'entreprise fabrique une quantité q_0 d'objets.

Donner la valeur de q_0 .

Quel est alors le coût en euros de fabrication d'un objet ?