<u>EXERCICE n°35</u> :

Partie A

1. Soit a, b et c des nombres réels.
   On définit une fonction g sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=(ax+b)e^{-x}+c$.
   On note g' la fonction dérivée de g.
   a. Calculer $g'(x)$.
   b. Le tableau des variations de g est le suivant :

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$
$g'(x)$			$+$		0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$		↗		$e^{-2}+2$	↘	2

   $g(0)=1$ et $g(1)=2$.
   En utilisant les données numériques du tableau, établir que :
   $a=1$, $b=-1$ et $c=2$.

   Ainsi, pour la suite du problème, $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$.
2. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une solution unique $\alpha\in[-1;0]$.
   Déterminer à l'aide de la calculatrice la valeur décimale arrondie au dixième de α.
3. Etudier le signe de $g(x)$ pour x appartenant à $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ et (C) la représentation graphique de f dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$, d'unité 2 cm.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   Déterminer la limite de f en $-\infty$. (on pourra mettre x en facteur dans l'expression de $f(x)$)
2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Montrer que $f'(x)=g(x)$.
   b. Dresser, en justifiant, le tableau des variations de f sur $\mathbb{R}$.
3. Montrer que la droite (D) d'équation $y=2x+1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
   Etudier la position relative de (C) par rapport à (D).
4. Tracer (C) et (D) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.