

# CORRECTION

## EXERCICE n°36 :

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = x + 3 + e^{-x+2}$ .

1. Limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$  :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x+2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+3) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{(-x+2)} = 0 \left. \vphantom{\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x+2)} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty.$$

On a :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+3)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{(-x+2)} = 0.$$

Donc la droite  $(D)$  d'équation  $y = x + 3$  est asymptote oblique à la courbe  $(C)$  en  $+\infty$ .

Etude des variations de la fonction  $f$  :

$$f'(x) = 1 - e^{-x+2}.$$

Tableau de variation de la fonction  $f$  :

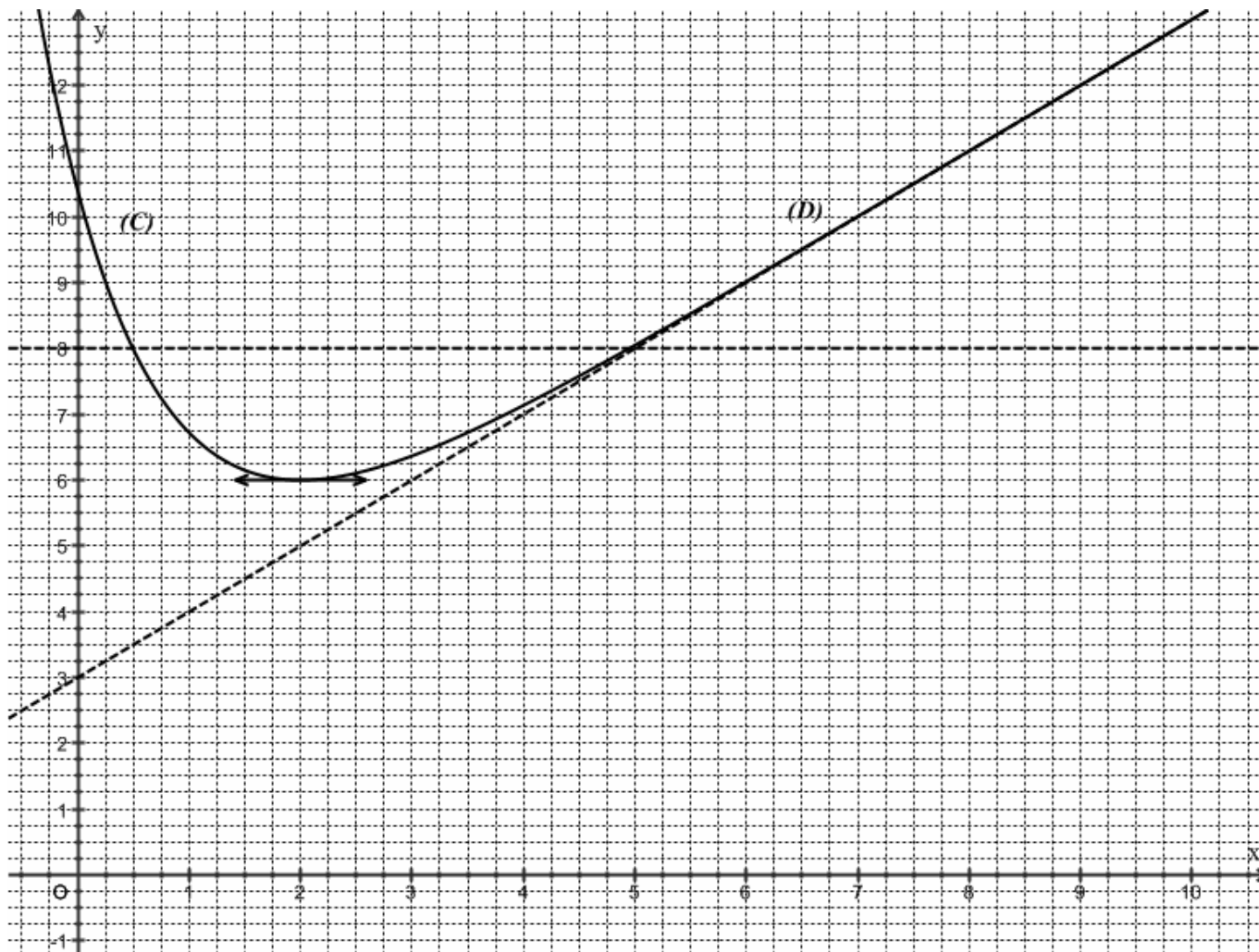
$x$	0	2		$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	
$f(x)$	$e^2 + 3$			$+\infty$

Conclusion :

La fonction  $f$  est décroissante sur  $[0; 2]$  et croissante sur  $[2; +\infty[$ .

Représentation graphique :

Les solutions de l'équation  $f(x) = 8$  sont les abscisses des points de la courbe  $(C)$  dont l'ordonnée est égale à 8 :  $S = \{0,5; 5\}$ .



Sur  $[2;6]$  :

- La fonction  $f$  est continue ;
- La fonction  $f$  est croissante ;
- $f(2) < 8$  et  $f(6) > 8$  ;

Donc l'équation  $f(x) = 8$  admet une solution unique  $\alpha$  sur  $[2;6]$ .

On a :

- $2 < \alpha < 6$
- $4 < \alpha < 5$
- $4,9 < \alpha < 5$
- $4,94 < \alpha < 4,95$ .

2. Coût de fabrication de :

- 600 objets : 902 € soit 1 € 50 par objet.
- 1 000 objets : 1 300 € soit 1 € 30 par objet.
- 1 200 objets : 1 500 € soit 1 € 25 par objet.

On a :  $f(x) = 8$  si  $x = \alpha$  donc il faut fabriquer entre 494 et 495 objets pour que le coût de fabrication soit le plus proche possible de 800 €.

Le coût de fabrication est minimal pour la fabrication de 200 objets et ce coût est alors de 600 € soit de 3 € par objet.