

# CORRECTION

## EXERCICE n°28 :

Soit  $f(x) = (x+2)e^{-x+1}$  sur  $\mathbb{R}$ .

1. Limite de la fonction  $f$  en  $-\infty$  :

On a :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x+1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{-x+1}) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

Limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$  :

On a :

$$\frac{x+2}{-x+1} e^{-x+1} (-x+1) = \frac{x+2}{-x+1} (-x+1) e^{-x+1} = \frac{(x+2)(-x+1)}{-x+1} e^{-x+1} = f(x).$$

On a :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+2}{-x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{-x} \right) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (Xe^x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [e^{-x+1} (-x+1)] = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$

Conclusion :

La droite d'équation  $y = 0$  est asymptote horizontale à la courbe  $(C)$  en  $+\infty$ .

2. Etudions le sens de variation de la fonction  $f$  :

On a :

$$f'(x) = 1 \times e^{-x+1} + (x+2) \times (-1) \times e^{-x+1} = (-x-1)e^{-x+1}.$$

Alors  $f'(x)$  est du signe de  $(-x-1)$ .

Conclusion :

La fonction  $f$  est croissante sur  $]-\infty; -1]$  et décroissante sur  $[-1; +\infty[$ .

3. Point d'intersection et équation de la tangente

La courbe coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse  $-2$

L'équation de la tangente est :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) = -2(x-1) + 3 = -2x + 5.$$

4. Représentation graphique :

