

# CORRECTION

## EXERCICE n°19 :

Soit  $f(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 2}$  sur  $\mathbb{R}$ .

1. On a :

$$\begin{cases} f(\ln 2) = \ln 2 \\ f'(\ln 2) = 0 \end{cases} \text{ et } f'(x) = a - \frac{4e^x(e^x + 2) - 4e^x \times e^x}{(e^x + 2)^2} = a - \frac{8e^x}{(e^x + 2)^2}.$$

Alors :

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(\ln 2) = \ln 2 \\ f'(\ln 2) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a \ln 2 + b - \frac{4e^{\ln 2}}{e^{\ln 2} + 2} = \ln 2 \\ a - \frac{8e^{\ln 2}}{(e^{\ln 2} + 2)^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ln 2 + b - \frac{4 \times 2}{2 + 2} = \ln 2 \\ a - \frac{8 \times 2}{(2 + 2)^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ln 2 + b - 2 = \ln 2 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Soit :

$$f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2}.$$

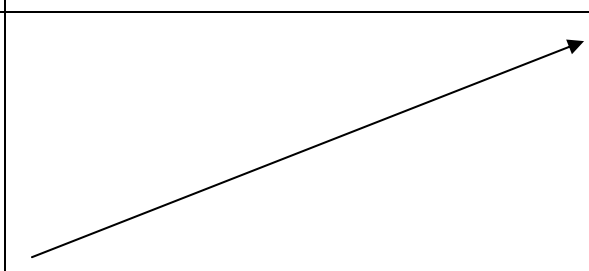
2. Etude des variations de la fonction  $f$  :

De la question 1., on a :  $f'(x) = a - \frac{8e^x}{(e^x + 2)^2} = 1 - \frac{8e^x}{(e^x + 2)^2}$ .

Alors :

$$f'(x) = 1 - \frac{8e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x + 2)^2 - 8e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{e^{2x} + 4e^x + 4 - 8e^x}{(e^x + 2)^2} = \frac{e^{2x} - 4e^x + 4}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x + 2)^2}.$$

Tableau de variation de la fonction  $f$  :

$x$	$-\infty$	$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+	
$f(x)$				

Conclusion :

La fonction  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .