

CORRECTION

EXERCICE n°18 :

Soit $f(x) = \frac{x+1}{e^x - 1}$ sur $]0; +\infty[$.

1. Limite en 0 :

On a :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e^x - 1$	-	0	+

Alors :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1) = 0^+ \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty.$$

Limite en $+\infty$:

D'après la calculatrice, il semble que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

2. Calcul de la dérivée de la fonction f :

On a :

$$f'(x) = \frac{1 \times (e^x - 1) - (x+1)e^x}{(e^x - 1)^2} = -\frac{1 + xe^x}{(e^x - 1)^2} < 0.$$

Alors :

La fonction f est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$.

Tableau de variation de la fonction f :

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		-
$f(x)$	$+\infty$	0