

CORRECTION

EXERCICE n°15 :

Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ sur \mathbb{R} .

1. On a :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - 1) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + 1) = +1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1.$$

Cela signifie que la droite d'équation $y = -1$ est asymptote horizontale à la courbe représentative de la fonction f en $-\infty$.

2. On a :

$$\frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} = \frac{e^x(1 - e^{-x})}{e^x(1 + e^{-x})} = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = f(x).$$

On a :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x}) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - e^{-x}) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x}) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + e^{-x}) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1.$$

Cela signifie que la droite d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe représentative de la fonction f en $+\infty$.