CORRECTION

EXERCICE n°14 :

Soit $f(x) = x - 1 - 2e^x$ sur $\mathbb{R}$.

1. On a :

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to-\infty}(x-1) = \lim\limits_{x\to-\infty}(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty}(-2e^x) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty .$$

De plus:

$$\lim_{x\to-\infty}\left[f(x) - (x-1)\right] = \lim_{x\to-\infty}\left(-2e^x\right) = 0 .$$

Donc la droite d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à la courbe représentative de la fonction f.

2. On a :

$$e^x\left(\frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} - 2\right) = \frac{xe^x}{e^x} - \frac{1e^x}{e^x} - 2e^x = x - 1 - 2e^x = f(x) .$$

On a:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{e^x}{x}\right) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{e^x}\right) = 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x\right) = +\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{e^x}\right) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} - 2\right) = -2 .$$

D'où :

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{e^x} - \dfrac{1}{e^x} - 2\right) = -2 \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(e^x\right) = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$$