# CORRECTION

**<u>EXERCICE n°11</u> :**

Soit $P(X)=2X^3-7X^2-5X+4$.

1. On a :

$$(X+1)(X-4)(2X-1)=\left(X^2-4X+X-4\right)(2X-1)=\left(X^2-3X-4\right)(2X-1)$$

$$(X+1)(X-4)(2X-1)=2X^3-7X^2-5X+4=P(X).$$

2. Résolvons les équations et inéquations suivantes :

a. $2(\ln x)^3-7(\ln x)^2-5\ln x+4=0$ :

- Cette équation est définie si $x>0$ donc sur $]0;+\infty[$.
- Pour $x\in\,]0;+\infty[$ :

On pose $X=\ln x$ et l'équation devient :

$$2(\ln x)^3-7(\ln x)^2-5\ln x+4=0 \Leftrightarrow 2X^3-7X^2-5X+4=0 \Leftrightarrow P(X)=0$$

$$2(\ln x)^3-7(\ln x)^2-5\ln x+4=0 \Leftrightarrow X=-1 \quad ou \quad X=4 \quad ou \quad X=\frac{1}{2}$$

$$2(\ln x)^3-7(\ln x)^2-5\ln x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{e} \quad ou \quad x=e^4 \quad ou \quad x=\sqrt{e}.$$

D'où :

$$S=\left\{\frac{1}{e};e^4;\sqrt{e}\right\}.$$

b. $2e^{3x}-7e^{2x}-5e^x+4=0$ :

- Cette équation est définie sur $\mathbb{R}$.
- Pour $x\in\mathbb{R}$ :

On pose $X=e^x$ et l'équation devient :

$$2e^{3x}-7e^{2x}-5e^x+4=0 \Leftrightarrow 2X^3-7X^2-5X+4=0 \Leftrightarrow P(X)=0$$

$$2e^{3x}-7e^{2x}-5e^x+4=0 \Leftrightarrow X=-1 \quad ou \quad X=4 \quad ou \quad X=\frac{1}{2}$$

$$2e^{3x}-7e^{2x}-5e^x+4=0 \Leftrightarrow x=2\ln 2 \quad ou \quad x=-\ln 2.$$

D'où :

$$S=\{2\ln 2;-\ln 2\}.$$

c. $\ln(2x)+\ln\left(x^2-1\right)=\ln(x+1)+\ln(7x-4)$ :

- Cette équation est définie si $2x>0$ et $x^2-1>0$ et $x+1>0$ et $7x-4>0$ donc sur $]1;+\infty[$.
- Pour $x\in\,]1;+\infty[$ :

$$\ln(2x)+\ln\left(x^2-1\right)=\ln(x+1)+\ln(7x-4) \Leftrightarrow \ln\left[2x\left(x^2-1\right)\right]=\ln\left[(x+1)(7x-4)\right]$$

$$\ln(2x)+\ln\left(x^2-1\right)=\ln(x+1)+\ln(7x-4) \Leftrightarrow 2x\left(x^2-1\right)=(x+1)(7x-4) \Leftrightarrow P(x)=0$$

$$\ln(2x)+\ln\left(x^2-1\right)=\ln(x+1)+\ln(7x-4) \Leftrightarrow x=4.$$

D'où :

$S=\{4\}$.

d. $(2e^x-1)(e^{2x}-3e^x-4)\geq 0$ :

- Cette inéquation est définie sur $\mathbb{R}$.
- Pour $x\in\mathbb{R}$ :

  On pose $X=e^x$ et l'inéquation devient :

  $(2e^x-1)(e^{2x}-3e^x-4)\geq 0 \Leftrightarrow (2X-1)(X^2-X-4)\geq 0 \Leftrightarrow (2X-1)(X-4)(X+1)\geq 0$

  $(2e^x-1)(e^{2x}-3e^x-4)\geq 0 \Leftrightarrow (2e^x-1)(e^x-4)(e^x+1)\geq 0.$

  D'où le tableau de signes suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\ln 2$ | | $2\ln 2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(2e^x-1)$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | |
| $(e^x-4)$ | | $-$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $(e^x+1)$ | | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $(2e^x-1)(e^x-4)(e^x+1)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |

  D'où :

  $S=\left]-\infty;-\ln 2\right]\cup\left[2\ln 2;+\infty\right[$.