CORRECTION

EXERCICE n°10 :

1. Résolvons l'équation $x^2-4x-5=0$:
   On a :
   $S=\{-1;5\}$.

2. Résolvons les équations suivantes :
   a. $\ln(x-3)+\ln(x-1)=3\ln 2$:
   - Cette équation est définie si $x-3>0$ et $x-1>0$ donc sur $]3;+\infty[$.
   - Pour $x\in]3;+\infty[$:
     $\ln(x-3)+\ln(x-1)=3\ln 2 \Leftrightarrow \ln[(x-3)(x-1)]=\ln(2^3)\Leftrightarrow(x-3)(x-1)=8$
     $\ln(x-3)+\ln(x-1)=3\ln 2 \Leftrightarrow x^2-4x-5=0\Leftrightarrow x=5.$

   D'où :
   $S=\{5\}$.

   b. $(\ln x)^2-4\ln x-5=0$:
   - Cette équation est définie si $x>0$ donc sur $]0;+\infty[$.
   - Pour $x\in]0;+\infty[$:
     On pose $X=\ln x$ et l'équation devient :
     $(\ln x)^2-4\ln x-5=0\Leftrightarrow X^2-4X-5=0\Leftrightarrow X=-1 \ ou \ X=5\Leftrightarrow x=\frac{1}{e} \ ou \ x=e^5$
     D'où :
     $S=\left\{\frac{1}{e};e^5\right\}$.

   c. $e^x-4=5e^{-x}$:
   - Cette équation est définie sur $\mathbb{R}$.
   - Pour $x\in\mathbb{R}$:
     On pose $X=e^x$ et l'équation devient :
     $e^x-4=5e^{-x}\Leftrightarrow e^{2x}-4e^x-5=0\Leftrightarrow X^2-4X-5=0\Leftrightarrow X=-1 \ ou \ X=5\Leftrightarrow X=\ln 5$
     D'où :
     $S=\{\ln 5\}$.