CORRECTION

EXERCICE n°3 :

1. On donne le plan (P) d'équation : $2x+2y+3z=6$.

   a. Calcul des coordonnées des points *A*, *B*, *C* intersections du plan (P) avec les axes du repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$:

   - Les coordonnées du point *A*, intersection du plan (P) et de la droite $(O;\vec{i})$ vérifient :

     $$\begin{cases} 2x_A+2y_A+3z_A=6 \\ y_A=0 \\ z_A=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A=3 \\ y_A=0 \\ z_A=0 \end{cases} \Leftrightarrow A(3;0;0).$$

   - Les coordonnées du point *B*, intersection du plan (P) et de la droite $(O;\vec{j})$ vérifient :

     $$\begin{cases} 2x_B+2y_B+3z_B=6 \\ x_B=0 \\ z_B=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B=0 \\ y_B=3 \\ z_B=0 \end{cases} \Leftrightarrow B(0;3;0).$$

   - Les coordonnées du point *C*, intersection du plan (P) et de la droite $(O;\vec{k})$ vérifient :

     $$\begin{cases} 2x_C+2y_C+3z_C=6 \\ x_C=0 \\ y_C=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C=0 \\ y_C=0 \\ z_C=2 \end{cases} \Leftrightarrow C(0;0;2).$$

2. On considère le plan (Q) d'équation : $x+2y=2$.

   a. Calcul des coordonnées des points d'intersections du plan (Q) avec les axes du repère $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$, quand ceux-ci existent :

   - Les coordonnées du point *H*, intersection du plan (Q) et de la droite $(O;\vec{i})$ vérifient :

     $$\begin{cases} x_H+2y_H=2 \\ y_H=0 \\ z_H=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H=2 \\ y_H=0 \\ z_H=0 \end{cases} \Leftrightarrow H(2;0;0).$$

   - Les coordonnées du point *I*, intersection du plan (Q) et de la droite $(O;\vec{j})$ vérifient :

     $$\begin{cases} x_I+2y_I=2 \\ x_I=0 \\ z_I=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I=0 \\ y_I=1 \\ z_I=0 \end{cases} \Leftrightarrow I(0;1;0).$$

3. On donne les points $D(1;0;0)$, $E(0;-4;0)$ et $F(0;0;4)$;

   a. Détermination d'une équation du plan (R) qui contient les points *D*, *E* et *F* :

Une équation du plan (R) est de la forme : $ax+by+cz=d$.

$$\begin{cases} D\in(R) \\ E\in(R) \\ F\in(R) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=d \\ -4b=d \\ 4c=d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=d \\ b=-\dfrac{d}{4} \\ c=\dfrac{d}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \\ c=1 \end{cases} \text{ avec } d=4 .$$

Une équation du plan (R) est : $4x-y+z=4$

b. Calcul des coordonnées du point G, intersection des trois plans (P), (Q) et (R) :

On résout le système suivant :

$$\begin{cases} 2x+2y+3z=6 \\ x+2y=2 \\ 4x-y+z=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y+3z=6 \\ -2y+3z=2 \\ -5y-5z=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+2y+3z=6 \\ -2y+3z=2 \\ z=\dfrac{26}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{22}{25} \\ y=\dfrac{14}{25} \\ z=\dfrac{26}{25} \end{cases} .$$

Donc les coordonnées du points G sont : $G\left(\dfrac{22}{25};\dfrac{14}{25};\dfrac{26}{25}\right)$.