EXERCICE n°3 :

www.maths-terminale-es.fr

PARTIE A

g est la fonction définie sur $[0;70]$ par :

$$g(x) = x^3 - 1200x - 100.$$

1. Etudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variation.
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[20;40]$.
   Donner une valeur approchée de α à l'unité près.
3. En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[0;70]$.

PARTIE B

f est la fonction définie sur $]0;70]$ par :

$$f(x) = x + 50 + \frac{1200x + 50}{x^2}.$$

(C) est la courbe représentative dans un repère orthogonal (*unités : 1 cm pour 5 en abscisses et 1 cm pour 20 en ordonnées*)

1. Montrer que pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$, où g est la fonction définie à la partie A.
2. Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation.
3. Tracer la courbe (C).
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 130$. On donnera les valeurs approchées des solutions à l'unité près.

PARTIE C

Le coût total de fabrication d'une quantité x d'un produit , exprimée en centaines d'unités, est défini sur $]0;70]$ par :

$$C(x) = \frac{x^3 + 50x^2 + 1200x + 50}{x},$$

$C(x)$ étant exprimé en milliers d'euros.

Le coût moyen de fabrication par centaine d'objets est donc défini par : $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

1. Justifier que pour tout $x > 0$, $C_M(x) = f(x)$.
2. Déterminer la quantité d'objets, à la centaine près, à fabriquer pour avoir un coût moyen minimal.
3. On suppose que le prix de vente d'une centaine d'objets est égal à 130 000 €.
   Déterminer graphiquement, à la centaine près, le nombre minimal et le nombre maximal d'objets que l'entreprise doit fabriquer pour être rentable.